



Notice d'utilisation du logiciel BOL2D pour la simulation bidimensionnelle de l'équation de Boltzmann

Jean-François Bourgat

► To cite this version:

Jean-François Bourgat. Notice d'utilisation du logiciel BOL2D pour la simulation bidimensionnelle de l'équation de Boltzmann. [Rapport de recherche] RT-0142, INRIA. 1992, pp.44. inria-00070026

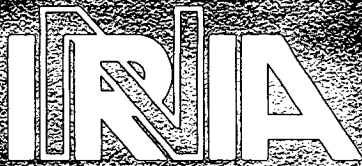
HAL Id: inria-00070026

<https://inria.hal.science/inria-00070026>

Submitted on 19 May 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



UNITÉ DE RECHERCHE
INRIA-ROCCQUENCOURT

Institut National
de Recherche
en Informatique
et en Automatique

Domaine de Voluceau
Rocquencourt
BP105
78153 Le Chesnay Cedex
France
Tél (1) 39 63 55 11

Rapports Techniques

1992



ème
anniversaire

N° 142

Programme 6

*Calcul Scientifique, Modélisation et
Logiciel numérique par Ordinateur*

NOTICE D'UTILISATION DU LOGICIEL BOL2D POUR LA SIMULATION BIDIMENSIONNELLE DE L'ÉQUATION DE BOLTZMANN

Version 2, Août 1992

Jean-François BOURGAT

Décembre 1992



★ R T - 8 1 4 2 ★

Notice d'utilisation du logiciel BOL2D pour la simulation bidimensionnelle de l'équation de Boltzmann

Version 2, Août 1992

Jean-François Bourgat *

Résumé

Le but du logiciel BOL2D est le calcul de l'écoulement bidimensionnel stationnaire d'un gaz parfait polyatomique raréfié, autour d'un obstacle. Cet écoulement est modélisé par l'équation de Boltzmann et la résolution de cette équation est faite par une méthode de Monte-Carlo.

Plusieurs modèles de collisions sont utilisés: "collisions Maxwelliennes", "sphères rigides", "sphères rigides variables". Les échanges d'énergie de translation et d'énergie de rotation sont traités par le modèle de Borgnakke Larsen. Pour la réflexion on utilise le modèle de Maxwell, combinaison linéaire d'accommodation et de réflexion spéculaire.

Un code fourni par l'équipe de H. Neunzert de l'Université de Kaiserslautern a servi de base au logiciel BOL2D.

User's guide for the code BOL2D for the solution of the bidimensional Boltzmann equations

Abstract

The goal of the code BOL2D is to compute the bidimensional stationary flow of a rarefied polyatomic perfect gas around a body. This flow is modeled by the Boltzmann equation. This equation is solved by a Monte-Carlo method.

Several models of collision are available: "Maxwellian collisions", "hard spheres", "variable hard spheres". Exchanges between translational energy and rotational energy are treated by the Borgnakke-Larsen model. The Maxwell's model, linear combination of accommodation and specular reflection, is used to compute the reflection of the particles on the wall.

A code given by the team of H. Neunzert from Kaiserslautern University was the basis of this work.

* INRIA, Domaine de Voluceau, B.P.105, Rocquencourt, 78153 Le Chesnay Cedex, France.

PLAN

Notations

1. Equation de Boltzmann
2. Méthode de Monte-Carlo. Algorithme
3. Maillages - cellules - particules
4. Collisions
 - 4.1 Probabilité de collision - Modèle VHS
 - 4.2 Collision de deux particules - Modèle de Borgnakke Larsen
 - 4.3 Collisions Maxwelliennes
5. Définition cinétique de $\rho, u, T_{tr}, T_{rot}, T$
6. Conditions aux limites
 - 6.1 frontière extérieure
 - 6.2 réflexion sur la paroi de l'obstacle
7. Divers
 - 7.1 Initialisation
 - 7.2 Pas d'espace - Précision
 - 7.3 Pas de temps
 - 7.4 Convergence - Test d'arrêt
 - 7.5 Adimensionnement
8. Données pour le logiciel BOL2D
 - 8.1 Fichier "data.suffixe"
 - 8.2 Explication des paramètres
 - 8.3 Limites des données
 - 8.4 Sur quelques fichiers
 - 8.5 Dimensions des tableaux
 - 8.6 Obstacle différent d'une ellipse
9. Sorties du logiciel BOL2D - Post Traitement - Tracés
 - 9.1 Fichier "res1.suffixe"
 - 9.2 Fichier "res2.suffixe"
 - 9.3 Post traitement
 - 9.4 Tracé des isovaleurs
 - 9.5 Logiciels pour les tracés
 - 9.6 Coefficients aérodynamiques
- 10 Problème test
 - 10.1 Jeu de données
 - 10.2 Résultats

Notations

x	position d'une particule
v	vitesse d'une particule
m	masse d'une particule
ϵ	énergie interne d'une particule
ρ	densité ou masse volumique
u	vitesse moyenne
T	température globale
T_{tr}	température de translation
T_{rot}	température de rotation
e	énergie interne
M	nombre de Mach
R	constante massique des gaz parfaits
$M_{\rho,u,T}(v) = \frac{\rho}{(2\pi RT)^{3/2}} e^{- v-u ^2/2RT}$	= Maxwellienne de paramètres ρ, u, T
f	fonction de distribution
Q	terme de collision
N	nombre de particules dans une cellule
T_w	température de la paroi
λ	libre parcours moyen
L	longueur caractéristique = longueur de l'ellipse
$K_n = \lambda/L$	nombre de Knudsen
v^-, v^+	vitesse avant impact et après impact d'une particule rencontrant la paroi ou vitesses avant et après collision.
N_{di}	nombre de degrés de liberté de l'énergie interne de la molécule
K	nombre de pas de temps pour faire les moyennes

1. Equation de Boltzmann

La théorie cinétique décrit le gaz par l'intermédiaire d'une fonction de distribution $f(x, v, \epsilon, t)$ qui est la densité, à l'instant t , des particules ayant la position x , la vitesse v et l'énergie interne ϵ .

L'espace Ω des positions est un ouvert borné de R^2 contenant l'obstacle B .
L'espace des vitesses est R^3 .

La fonction f est, en l'absence de forces extérieures, solution de l'équation de Boltzmann

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial f}{\partial x} = Q(f, f)$$

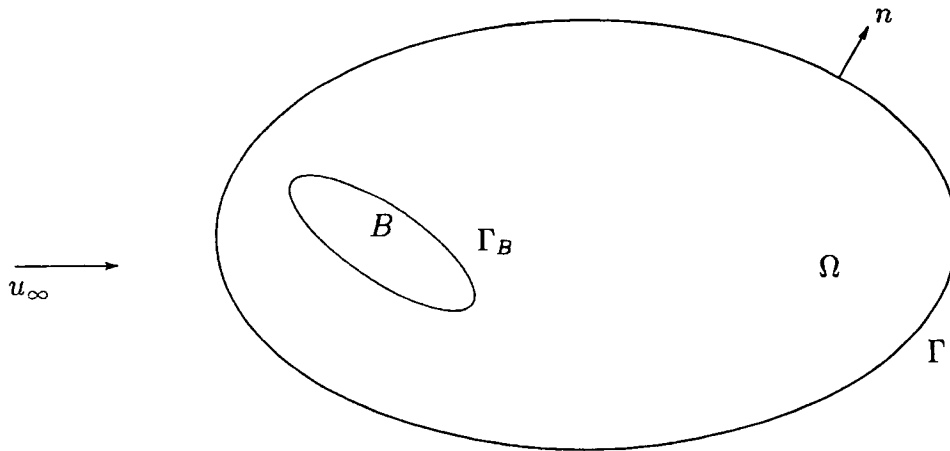
où $Q(f, f)$ est un terme de collision quadratique.

A cette équation s'ajoute les conditions initiales et aux limites:

f est donné à $t = 0$

f est donné sur $\Gamma = \partial\Omega$, pour tout v tel que $v \cdot n < 0$ (particule rentrante).

f est calculée par réflexion sur la paroi de l'obstacle Γ_B .



2. Méthode de Monte-Carlo. Algorithme.

L'écoulement est calculé à l'aide de particules toutes identiques, ayant chacune leur position, leur vitesse et leur énergie interne propre.

La méthode de Monte-Carlo repose sur un splitting entre l'opérateur de transport et l'opérateur de collision.

Désignons par x_i^n , v_i^n et ϵ_i^n la position, la vitesse et l'énergie interne de la particule i au pas de temps n .

Pour le pas de temps $n+1$, on calcule successivement:

Etape de Transport libre

La particule i se trouvant à la position x_i^n avec la vitesse v_i^n et l'énergie interne ϵ_i^n se retrouve à la fin du pas de temps $n+1$ à la position $x_i^n + \Delta t v_i^n$ avec la même vitesse et la même énergie interne (sauf si la trajectoire rencontre un obstacle),

$$\begin{cases} x_i^{n+1/2} = x_i^n + \Delta t v_i^n \\ v_i^{n+1/2} = v_i^n \\ \epsilon_i^{n+1/2} = \epsilon_i^n \end{cases}$$

Etape de collision

On découpe le domaine en cellules assez petites pour que le gaz puisse être considéré comme suffisamment homogène en espace dans chaque cellule. Seules les particules d'une même cellule interagissent et changent de vitesse et d'énergie interne lors de collisions simulées, leurs positions restant inchangées,

$$\begin{cases} x_i^{n+1} = x_i^{n+1/2} \\ v_i^{n+1} = g(v_i^n, v_j^n, \epsilon_i^n, \epsilon_j^n) \\ \epsilon_i^{n+1} = g_1(v_i^n, v_j^n, \epsilon_i^n, \epsilon_j^n), \end{cases}$$

la particule j appartenant à la même cellule que la particule i .

Algorithme

Initialisation : Définition d'une distribution initiale de particules (positions, vitesses, énergie interne).

Itération en temps :

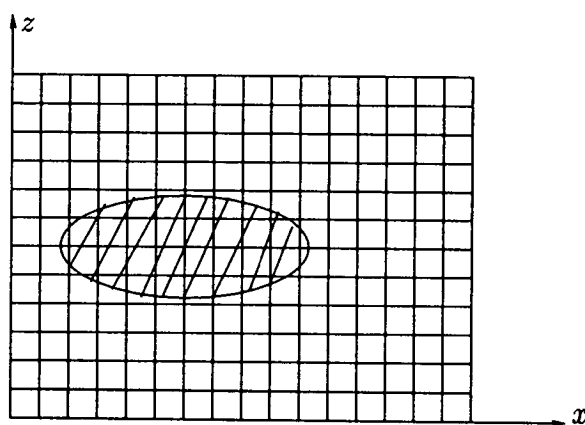
- Génération d'une couche de particules frontières le long de Γ
- Déplacement des particules par transport libre
- Réflexion des particules qui rencontrent la paroi
- Elimination des particules qui sortent du domaine
- Collisions des particules d'une même cellule
- Calcul des moyennes quand le nombre de particules devient stationnaire

Test d'arrêt : Après un nombre suffisant de pas de temps pour le calcul des moyennes.

3. Maillages - Cellules - Particules

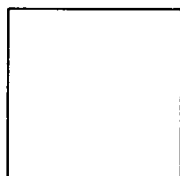
Le domaine Ω où l'on calcule l'écoulement est un rectangle de côtés parallèles aux axes. Il est maillé avec des cellules rectangulaires identiques et sa frontière extérieure coïncide avec des bords de cellules. Nous appellerons ce maillage : "maillage de référence".

A chaque pas de temps, dans l'étape de collision, si le nombre de particules

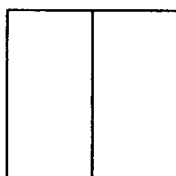


Maillage de référence

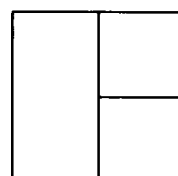
contenues dans une cellule de référence dépasse un seuil donné, la cellule est divisée en deux cellules égales et ainsi de suite jusqu'à ce que le nombre de particules soit inférieur au seuil donné. A chaque subdivision par 2, on change le sens de la médiane (on commence par une médiane verticale). Le maillage ainsi obtenu est appelé "Maillage des collisions".



Cellule de référence



1^{ère} division



2^{ème} division

Dans chaque cellule du maillage de référence le gaz est représenté par un certain nombre de particules numériques dont les positions et les vitesses permettent, par des moyennes, de calculer les grandeurs physiques qui nous intéressent : la densité ρ , la vitesse moyenne u , les températures de translation et de rotation T_{tr} et T_{rot} ...

Toutes les particules sont identiques (même masse et même géométrie).

Si on désigne par :

Vol_{∞} le volume d'une cellule à l'infini,

N_{∞} le nombre de particules numériques d'une cellule à l'infini,

alors la masse d'une particule est donnée par

$$m = \frac{\rho_{\infty} Vol_{\infty}}{N_{\infty}}$$

4. Collisions

Le terme de collision est quadratique et s'écrit

$$Q(f, f)(x, v^-, \epsilon^-, t) = \int_{v_1^- \in R^3} \int_{\epsilon_1^- \in R} \int_{\omega \in S^2} (f^+ f_1^+ - f^- f_1^-) q(v^- - v_1^-, \omega) d\omega dv_1^- d\epsilon_1^-$$

où

$$f^+ = f(x, v^+, \epsilon^+, t), f_1^+ = f(x, v_1^+, \epsilon_1^+, t), f^- = f(x, v^-, \epsilon^-, t), f_1^- = f(x, v_1^-, \epsilon_1^-, t),$$

v^-, v^+ et ϵ^-, ϵ^+ étant respectivement les vitesses et énergies internes avant et après collision,

$q(v^- - v_1^-, \omega)$ désigne la section efficace de collision.

ω est un vecteur de la sphère unité de R^2 .

4.1 Probabilité de collision - Modèle VHS

Le modèle VHS (variable hard sphere) est un modèle de collision moléculaire pour lequel la section efficace de collision est une puissance de la vitesse relative des deux molécules.

$$q(v^- - v_1^-, \omega) = \gamma \cos \theta |v^- - v_1^-|^{1-2\alpha},$$

$$\theta = \text{angle}(v^- - v_1^-, \omega),$$

ce qui conduit en posant $\omega = \frac{1}{2} + \alpha$ à une viscosité de la forme $\mu = KT^\omega$ reproduisant assez bien la viscosité réelle dans une plage de température donnée.

Dans chaque cellule du maillage des collisions, on simule des collisions en tirant un appariement au hasard, de façon uniforme, parmi l'ensemble des appariements possibles.

Désignons par N_c le nombre de particules de la cellule considérée et par N_∞ le nombre de particules que contiendrait la même cellule pour l'écoulement à l'infini.

Pour chaque couple $(v_i, w_i), i \in [1, \dots, N_c/2]$ de l'appariement, on tire au sort l'existence ou non d'une collision selon la probabilité

$$q_i = \Delta t^* \frac{N_c - 1}{N_\infty} \frac{1}{\sqrt{2}\Gamma(2 - \alpha)} |v_i^{-*} - w_i^{-*}|^{1-2\alpha},$$

où le symbole * désigne des grandeurs adimensionnées.

Remarque 1 : dans le modèle VHS on a

$$\lambda_{\infty} = (7 - 2\omega)(5 - 2\omega) \frac{2\mu_{\infty}}{15\rho_{\infty}\sqrt{2\pi RT_{\infty}}}.$$

et par conséquent on peut calculer le nombre de Reynolds par unité de longueur correspondant par

$$(Re/m)_{\infty} = \frac{\rho_{\infty} V_{\infty}}{\mu_{\infty}}.$$

Remarque 2 : On obtient le modèle HS (hard sphere) en prenant $\alpha = 0$ (i.e., $\omega = \frac{1}{2}$), ce qui correspond à une viscosité en $T^{1/2}$.

Remarque 3 : On remplace Δt^* par $\Delta t_1^* = \Delta t^*/N_{cycle}$ avec $N_{cycle} \simeq \frac{N_c - 1}{N_{c\infty}}$ et faire N_{cycle} fois le tirage de la probabilité de collision, de façon à ce que q_i soit assez petit devant 1. L'algorithme de collision a alors un nombre d'opérations d'ordre $N_c * N_{cycle}$ pour chaque cellule.

4.2 Collision de deux particules - Modèle de Borgnakke Larsen

Une fois qu'une collision est tirée, on calcule les vitesses et énergies internes après collision par un modèle qui conserve la quantité de mouvement et l'énergie totale.

Les échanges d'énergie de translation et d'énergie de rotation au cours des collisions sont traités par le modèle phénoménologique de Borgnakke Larsen 100 % inélastique.

Conservation de la quantité de mouvement:

$$\frac{v^- + v_1^-}{2} = \frac{v^+ + v_1^+}{2}$$

Conservation de l'énergie totale:

$$\frac{1}{2}((v^-)^2 + (v_1^-)^2) + \epsilon^- + \epsilon_1^- = \frac{1}{2}((v^+)^2 + (v_1^+)^2) + \epsilon^+ + \epsilon_1^+$$

soit encore

$$(\frac{v^- + v_1^-}{2})^2 + (\frac{v^- - v_1^-}{2})^2 + \epsilon^- + \epsilon_1^- = (\frac{v^+ + v_1^+}{2})^2 + (\frac{v^+ - v_1^+}{2})^2 + \epsilon^+ + \epsilon_1^+.$$

On relaxe l'énergie complémentaire de celle du centre de masse.

$$(\frac{v^+ - v_1^+}{2})^2 = \Re[(\frac{v^- - v_1^-}{2})^2 + \epsilon^- + \epsilon_1^-]$$

$$\epsilon^+ + \epsilon_1^+ = (1 - \Re)[(\frac{v^- - v_1^-}{2})^2 + \epsilon^- + \epsilon_1^-]$$

avec \Re de la forme $\Re = \alpha^\beta$ où α est tiré uniformément sur $(0, 1)$ et $\beta = \frac{2N_{dli}}{3}$.
Puis on répartit l'énergie interne en tirant $r \in (0, 1)$ selon une loi uniforme:

$$\epsilon^+ = r(1 - \Re)[(\frac{v^- - v_1^-}{2})^2 + \epsilon^- + \epsilon_1^-]$$

$$\epsilon^- = (1 - r)(1 - \Re)[(\frac{v^- - v_1^-}{2})^2 + \epsilon^- + \epsilon_1^-]$$

4.3 Collisions Maxwelliennes

C'est un modèle de collision global par cellule qui relaxe vers une maxwellienne et se justifie pour les gaz denses.

Après l'étape de transport libre, on calcule les valeurs moyennes ρ, u, T dans chaque cellule avec

$$T = \frac{2}{3 + N_{dli}}[< v^2 > - u^2 + 2 < \epsilon >],$$

le symbole $< . >$ désignant la moyenne sur la cellule.

Les particules conservent leur position mais, leur vitesse et leur énergie interne sont distribuées selon la Maxwellienne $M_{\rho, u, T}(v)$.

$$v_x^+ = u_x + \sqrt{-T \log a_3} \cos 2\pi a_1$$

$$v_y^+ = u_y + \sqrt{-T \log a_3} \sin 2\pi a_1$$

$$v_z^+ = u_z + \sqrt{-T \log a_4} \cos 2\pi a_2$$

$$\epsilon^+ = \frac{N_{dli}}{2} R(-T \log a_5), \quad (R = \frac{1}{2})$$

où a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 sont 5 nombres tirés au hasard selon une loi uniforme entre 0 et 1.

Dans ce modèle la probabilité de collision est égale à 1, ce qui correspond à $\lambda = 0$ (gaz dense).

5. Définition cinétique de $\rho, u, T_{tr}, T_{rot}, T$

Désignons par T_{tr} la température de translation, par T_{rot} la température de rotation, par T la température globale moyenne et par e l'énergie interne moyenne.

Nous supposons que l'énergie interne d'une molécule se limite à son énergie de rotation et par conséquent

$$e = \frac{N_{dli}}{2} RT_{rot}$$

On calcule ρ, u, T_{tr}, T_{rot} sur chaque cellule du maillage de référence par des moyennes. Si l'on désigne, pour une cellule C, par:

Vol le volume de la cellule (si la cellule rencontre le corps on prend le volume de la partie extérieure).

N le nombre de particules contenues dans C, alors

$$\rho = \frac{Nm}{Vol}$$

$$u = \frac{1}{N} \sum_{i \in C} v_i$$

$$T_{tr} = \frac{2}{3R} \left[\left(\frac{1}{N} \sum_{i \in C} \frac{|v_i|^2}{2} \right) - \frac{|u|^2}{2} \right]$$

$$T_{rot} = \frac{2}{N_{dli} * R} \left[\frac{1}{N} \sum_{i \in C} \epsilon_i \right]$$

$$T = \frac{3T_{tr} + N_{dli}T_{rot}}{3 + N_{dli}},$$

où N_{dli} = nombre de degrés de liberté de l'énergie interne et R = constante des gaz.

En fait ces moyennes sont trop bruitées et changent de façon sensible d'un pas de temps à l'autre. Il est donc nécessaire de faire des moyennes sur plusieurs pas de temps, c'est à dire des moyennes en espace-temps.

Désignons par

K le nombre de pas de temps utilisé pour faire les moyennes en temps,

N_k le nombre de particules contenues dans la cellule C au k^{eme} pas de temps des moyennes. Alors

$$\rho = \frac{m}{KVol} \sum_{k=1}^K N_k$$

$$\begin{aligned}
u &= \sum_{k=1}^K \sum_{i \in C} v_i / \sum_{k=1}^K N_k \\
T_{tr} &= \frac{2}{3R} [(\sum_{k=1}^K \sum_{i \in C} \frac{|v_i|^2}{2}) / \sum_{k=1}^K N_k - \frac{|u|^2}{2}] \\
T_{rot} &= \frac{2}{N_{di}R} [\sum_{k=1}^K \sum_{i \in C} \epsilon_i / \sum_{k=1}^K N_k]
\end{aligned}$$

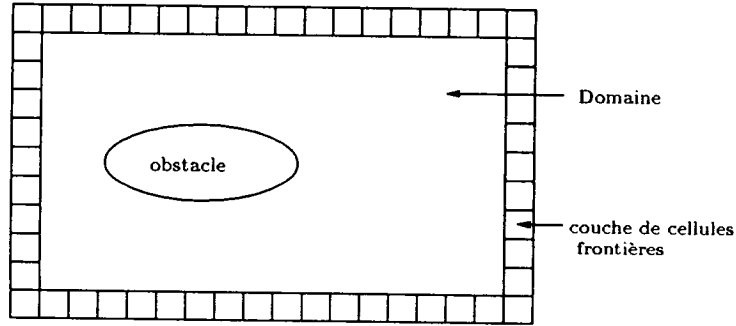
6. Conditions aux limites

La prise en compte des conditions aux limites s'effectue pendant la phase de transport libre.

6.1 Frontière extérieure

Connaissant ρ, u, T sur la frontière, on impose aux particules entrant dans le domaine d'avoir une distribution des vitesses et des énergies internes qui soit la Maxwellienne $M_{\rho, u, T}(v)$, avec ρ, u, T fonction de x sur Γ .

Pratiquement on génère une couche de cellules frontières pour lesquelles on suppose connues les variables ρ, u, T .



Dans chaque cellule, on introduit un nombre de particules qui est l'entier le plus proche de ρN_∞ , et dont les positions sont tirées au hasard, selon une densité uniforme. Les vitesses et les énergies internes de ces particules sont alors tirées au hasard selon la Maxwellienne $M_{\rho, u, T}(v)$.

$$v_x = u_x + \sqrt{-T \log a_3} \cos 2\pi a_1$$

$$v_y = u_y + \sqrt{-T \log a_3} \sin 2\pi a_1$$

$$v_z = u_z + \sqrt{-T \log a_4} \cos 2\pi a_2$$

$$\epsilon = \frac{N_{di}}{4} (-T \log a_5)$$

où a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 , sont 5 nombres tirés au hasard selon une loi uniforme entre 0 et 1.

Cette génération de cellules frontières est faite à chaque pas de temps.

Toutes les particules (des cellules internes et frontières) sont ensuite avancées par transport libre. On calcule la réflexion de celles qui rencontrent l'obstacle, puis on élimine celles qui sont hors du domaine à la fin du pas de temps.

6.2 Réflexion sur la paroi de l'obstacle

6.2.1 Vitesses et énergies internes réfléchies

On suppose que la réflexion est une combinaison linéaire de réflexion spéculaire et de réflexion avec accommodation.

La vitesse v^+ et l'énergie interne ϵ^+ d'une particule après impact s'écrivent

$$\begin{aligned} v^+ &= (1 - \alpha)v_s^+ + \alpha v_a^+ \\ \epsilon^+ &= (1 - \alpha)\epsilon_s^+ + \alpha\epsilon_a^+ \end{aligned}$$

où

α est le coefficient d'accommodation, $\alpha \in [0, 1]$,

$v_s^+ et \epsilon_s^+$ sont la vitesse et l'énergie interne après réflexion spéculaire,

$v_a^+ et \epsilon_a^+$ sont la vitesse et l'énergie interne après réflexion avec accommodation.

Les distributions de $v_a^+ et \epsilon_a^+$ sont des Maxwelliennes associées à la température à la paroi T_w .

Si l'on désigne par n la normale à la paroi (dirigée vers l'extérieur du corps), par τ la tangente à la paroi telle que le repère (τ, y, n) soit direct, alors dans ce repère local (τ, y, n) , on calcule v^+ par

$$\begin{bmatrix} v_\tau^+ \\ v_y^+ \\ v_n^+ \\ \epsilon^+ \end{bmatrix} = (1 - \alpha) \begin{bmatrix} v_\tau^- \\ v_y^- \\ v_n^- \\ \epsilon^- \end{bmatrix} + \alpha \begin{bmatrix} \sqrt{-T_w \log a_3} \cos 2\pi a_1 \\ \sqrt{-T_w \log a_3} \sin 2\pi a_1 \\ \sqrt{-T_w \log a_4} \\ \frac{N_{du}}{4}(-T_w \log a_5) \end{bmatrix}$$

où a_1, a_3, a_4, a_5 , sont 4 nombres tirés au hasard selon une loi uniforme entre 0 et 1.

6.2.2 Calcul de flux à la paroi

Les flux à la paroi sont calculés à partir de leur définition particulière. Désignons par

n la normale à la paroi (extérieur au corps),

$d\Gamma$ un élément de surface de la paroi,

ds la mesure de $d\Gamma$,

I l'ensemble des particules rencontrant $d\Gamma$ pendant les K pas de temps

où l'on fait les moyennes,

σ le tenseur des contraintes mécaniques,

q le flux thermique,

K le nombre de pas de temps utilisé pour les moyennes.

Alors,

flux de quantité de mouvement = somme des impulsions reçues par particules =

$$\sigma.n = \frac{m}{Kds} \sum_{i \in I} (v_i^+ - v_i^-)$$

flux de chaleur = somme des énergies cinétiques reçues par particules =

$$q.n = -\frac{m}{2Kds} \sum_{i \in I} (|v_i^+|^2 - |v_i^-|^2)$$

flux d'énergie totale = somme des énergies cinétiques et internes reçues par particules =

$$E.n = -\frac{m}{Kds} \left[\sum_{i \in I} \frac{1}{2} (|v_i^+|^2 - |v_i^-|^2) + \epsilon_i^+ - \epsilon_i^- \right].$$

La composante tangentielle $(\sigma.n).\tau$ s'appelle le "cisaillement" et permet, avec le flux de chaleur $q.n$, une transmission de conditions à la paroi au problème de Navier-Stokes.

A partir de la conservation du flux de masse tangentiel,

$$\rho u.\tau ds dt = m \sum_{i \in I, t \in [T, T+dt]} [\text{signe}(v^-.\tau) + \text{signe}(v^+.\tau)],$$

on déduit le flux de masse tangentiel $\rho u.\tau$ et la vitesse moyenne tangentielle $u.\tau$.

7. Divers

7.1 Initialisation

Dans chaque cellule du domaine, on introduit un nombre de particules N_∞ , correspondant à la densité à l'infini, et on initialise leurs positions au hasard selon une loi uniforme.

Les vitesses et les énergies internes de ces particules sont distribuées selon une Maxwellienne ayant les paramètres de l'écoulement à l'infini.

7.2 Pas d'espace - Précision

La précision des résultats augmente quand la masse numérique des particules $m = Vol_\infty / N_\infty$, diminue. Elle augmente aussi quand le volume des cellules du maillage des collisions diminue de façon à contenir un gaz, le plus homogène possible, dans les zones denses. Désignons par N_c , le nombre de particules d'une cellule du maillage des collisions, on subdivise la cellule en deux si

$$N_c > \alpha N_\infty = N_{div}, \quad \alpha > 1.$$

Ainsi le maillage des collisions est lié au maillage de référence via la densité et l'on voit que pour N_∞ donné, la précision des calculs augmente quand $Vol_\infty \rightarrow 0$. (A la fois $m \rightarrow 0$ et le volume des cellules des collisions tend vers 0).

De plus, la précision des sorties dépend aussi du nombre de pas de temps K utilisé pour faire les moyennes.

En conclusion, la précision des calculs est contrôlée par Vol_∞ d'une part et par $K * N_\infty$ d'autre part.

7.3 Pas de temps

Le pas de temps est choisi automatiquement de façon à ce qu'une particule ayant la vitesse u_∞ parcourt une cellule du maillage de référence pendant un pas de temps.

$$\Delta t = \min\left(\frac{\Delta x}{|u_{\infty x}|}, \frac{\Delta z}{|u_{\infty z}|}\right)$$

7.4 Convergence - Test d'arrêt

Plutôt que d'estimer la convergence par la stationnarité de la densité, on a préféré la stationnarité du nombre total de particules. Les variations dues au bruit, d'un pas de temps à l'autre, nécessitent d'utiliser des moyennes. On

défini, au pas de temps n , le "nombre total moyen normalisé" de particules

$$\tilde{N} = \frac{1}{20N_\infty}(N^n + N^{n-1} + \dots + N^{n-19}).$$

Comme la convergence de \tilde{N} est oscillante, on estime l'état stationnaire atteint lorsque la dérivée change de signe pour la quatrième fois, après avoir passé son maximum (cf.fig.15). Puis on commence les moyennes donnant les solutions $\rho, u, T_{tr}, T_{rot} \dots$

Dans la pratique, on se fixe souvent un nombre de pas de temps (ex. 300) avant de commencer les moyennes. On pourra contrôler le bien fondé de ce choix sur la courbe $n - \tilde{N}$ (cf.fig.14).

7.5 Adimensionnement

L'adimensionnement est défini à partir de 4 grandeurs de référence de base:

$$L^* = \lambda_\infty$$

$$\rho^* = \rho_\infty$$

$$v^* = \sqrt{2RT_\infty}$$

$$T^* = T_\infty$$

On en déduit

$$t^* = \frac{L^*}{v^*} = \frac{\lambda_\infty}{\sqrt{2RT_\infty}}$$

et les grandeurs adimensionnées

$$L_{bol} = \frac{L}{L^*} = \frac{L}{\lambda_\infty}$$

$$\rho_{bol} = \frac{\rho}{\rho^*} = \frac{\rho}{\rho_\infty}$$

$$v_{bol} = \frac{v}{v^*} = \frac{v}{\sqrt{2RT_\infty}}$$

$$T_{bol} = \frac{T}{T^*} = \frac{T}{T_\infty}$$

$$t_{bol} = \frac{t}{t^*} = \frac{\sqrt{2RT_\infty}}{\lambda_\infty} t$$

$$R_{bol} = \frac{1}{2}$$

Rappelons l'adimensionnement de Navier-Stokes

Grandeurs de référence de base:

$$L_{NS}^* = \text{longueur du corps}$$

$$\rho_{NS}^* = \rho_\infty$$

$$u_{NS}^* = |u_\infty|$$

Grandeurs de référence dérivées :

$$e_{NS}^* = u_\infty^2$$

$$T_{NS}^* = u_\infty^2 / Cv$$

Grandeurs adimensionnées :

$$L_{NS} = L / L_{NS}^* = L / \text{longueur du corps}$$

$$\rho_{NS} = \rho / \rho_{NS}^* = \rho / \rho_\infty$$

$$u_{NS} = u / u_{NS}^* = u / |u_\infty|$$

$$T_{NS} = T / T_{NS}^* = CvT / u_\infty^2$$

Relations entre les adimensionnements de Boltzmann et de Navier-Stokes

$$u_{bol} = u_{NS} \sqrt{\frac{\gamma}{2}} M_\infty$$

$$T_{bol} = \gamma(\gamma - 1) M_\infty^2 T_{NS}$$

$$\sigma_{NS} = \sigma_{bol} \frac{u_{NS}^2}{u_{bol}^2} = \frac{2}{\gamma M_\infty^2} \sigma_{bol}$$

$$q_{NS} = q_{bol} \frac{u_{NS}^3}{u_{bol}^3} = \left(\sqrt{\frac{2}{\gamma}} \frac{1}{M_\infty} \right)^3 q_{bol}$$

avec

$$\gamma = \frac{3 + N_{dli} + 2}{3 + N_{dli}}$$

$$M_\infty = \frac{|u_\infty|}{\sqrt{\gamma R T_\infty}}.$$

D'autre part, en VHS, λ_∞ et $(Re/m)_\infty$ sont reliés par

$$\lambda_\infty = \frac{2(7 - 2\omega)(5 - 2\omega)}{15\sqrt{2\pi/\gamma}} \frac{M_\infty}{(Re/m)_\infty}$$

8. Données pour le logiciel BOL2D

Tous les fichiers sont de la forme nom.suffixe. "suffixe" est une chaîne de caractères identifiant l'essai (10 caractères au plus).

8.1 Fichier "data.suffixe"

Dans ce fichier, on fournit le jeu de données en format libre et unités réelles SI.

- Données pour le gaz: MFP, RCONST
- Écoulement à l'infini: VINF, TINF, ROINF (1. si on ne connaît pas ROINF)
- Paroi-réflexion: TWALL, COEAC
- Maillage : XDOM, ZDOM, MX, MZ
- Particules: NINF, NDIV
- Conditions aux limites (frontière extérieure fluide): IOPCL (+ fichier cl.suffixe éventuellement)
- Collisions : ICOLLI, NDLI, NCYCLE
- Modèle VHS : OMEGA
- Moyennes : INIMOY, NTMOY, MOYAUT
- Corps : XOB,ZOB
ATTACK, IAXEHOR
R, SIGMA
- Flux : IFLUWALL, IFLUSURF, IOPNS
- Initialisation : IOPINI

8.2 Explication des paramètres

-Données pour le gaz

MFP : mean free path (m)

RCONST : constante massique des gaz parfaits ($m^2/(s^2J)$)

-Écoulement à l'infini

VINF : vitesse de l'écoulement à l'infini (m/s)

TINF : température de l'écoulement à l'infini (K)

ROINF : masse volumique (kg/m^3) du gaz à l'infini. Prendre 1 si on ne la connaît pas.

-Paroi - réflexion

TWALL : température de la paroi du corps (K)

COEAC : coefficient d'accomodation entre 0 et 1. Le coefficient 1 correspond à l'accomodation totale.

-Maillage

Les cellules sont rectangulaires et le domaine contient un nombre entier de cellules.

XDOM : longueur en x du domaine (m)

ZDOM : longueur en z du domaine (m)

MX : nombre de cellules du maillage de référence dans la direction x

MZ : nombre de cellules du maillage de référence dans la direction z

-Particules

NINF : nombre de particules dans une cellule de l'écoulement à l'infini.

NDIV : nombre de particules au-dessus duquel on subdivise en deux les cellules du maillage des collisions. (conseil: $NDIV \geq 2NINF$)

-Conditions aux limites pour la frontière extérieure

$$IOPCL \begin{cases} 0 & \text{conditions de l'écoulement à l'infini} \\ 1 & \text{conditions aux limites sur } \rho, u, T \text{ données dans le fichier "cl.suffixe"} \\ & \text{cf. §8.4.1} \end{cases}$$

-Collisions

$$ICOLLI \begin{cases} 1 & \text{collisions Maxwelliennes} \\ 2 & \text{modèle "hard spheres"} \\ 3 & \text{modèle "variable hard spheres"} \end{cases}$$

NDLI : nombre de degrés de liberté de l'énergie interne (0 en monoatomique, 2 en diatomique)

NCYCLE : on subdivise Δt en $\Delta t = NCYCLE * \Delta t_1$, et l'on calcule les collisions pour chaque intervalle de temps Δt_1 . NCYCLE croit quand MFP diminue. 5 est un bon choix.

-Modèle VHS

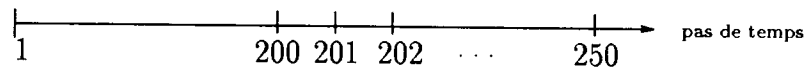
OMEGA : paramètre de la loi $\mu = KT^\omega$. Dans le modèle "hard spheres" $\omega = \frac{1}{2}$

-Moyennes

INIMOY : pas de temps à partir duquel on commence les moyennes

NTMOY : nombre de pas de temps pour le calcul des moyennes

Exemple :

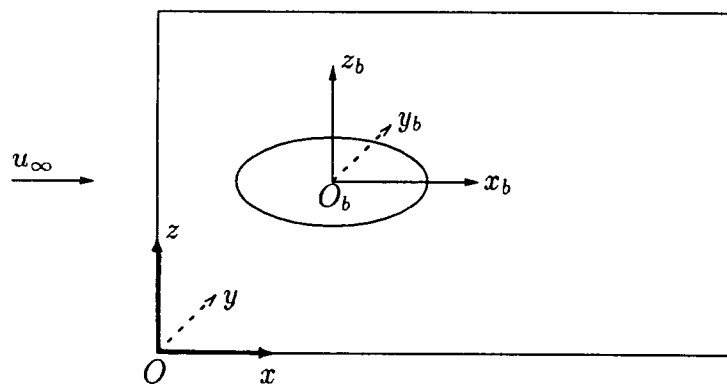


INIMOY = 200, NTMOY = 50, on calcule les moyennes sur 50 pas de temps consécutifs après le pas de temps 200.

$$\text{MOYAUT} \begin{cases} 0 & \text{on ne change rien au calcul précédent} \\ 1 & \text{on recherche automatiquement le début de la stationnarité et l'on} \\ & \text{commence les moyennes à cet instant s'il est inférieur à INIMOY,} \\ & \text{sinon on commence les moyennes à INIMOY} \end{cases}$$

-Corps

Le corps est une ellipse de centre O_b .



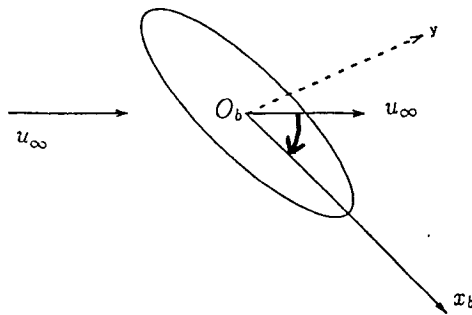
(O, x, y, z) est le repère global avec xz dans le plan de l'écoulement, z selon la verticale ascendante, x dirigé selon dans le sens de u_∞ .

(O_b, x_b, y_b, z_b) est le repère lié au corps (b signifiant "body"). x_b est dirigé selon le grand axe de l'ellipse dans le sens de u_∞ .

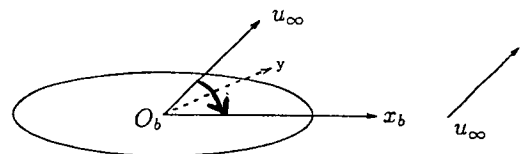
XOB,ZOB : coordonnées de l'origine du repère lié au corps sachant que le repère global a pour origine le coin bas gauche du domaine.

ATTACK : angle d'attaque (u_∞, x_b) en degrés, mesuré autour de l'axe y.

IAXEHOR $\begin{cases} 0 & u_\infty \text{ est horizontal, l'axe du corps peut tourner autour de } O_b \\ 1 & \text{l'axe du corps est horizontal, la vitesse } u_\infty \\ & \text{a une direction quelconque} \end{cases}$



IAXEHOR = 0



IAXEHOR = 1

R : demi grand axe de l'ellipse (m)

SIGMA : coefficient pour obtenir le demi petit axe SIGMA*R.

-Flux

IFLUWALL $\begin{cases} 1 & \text{on sort sur le fichier "fluwall.suffixe"} \\ & \text{le flux des forces de frottement } (\sigma.n).\tau \text{ et} \\ & \text{le flux thermique } q.n \text{ a la paroi (cf. §8.4.4)} \\ 0 & \text{on ne sort rien} \end{cases}$

IFLUSURF $\begin{cases} 1 & \text{on sort sur le fichier "flusurf.suffixe"} \\ & \text{le flux de masse, les flux de quantité de mouvement en x et y,} \\ & \text{le flux d'énergie totale à travers un rectangle dont} \\ & \text{les caractéristiques sont fournies dans le fichier "surf.suffixe"} \\ 0 & \text{on ne sort rien} \end{cases}$

IOPNS $\left\{ \begin{array}{l} 0 \text{ les quantités des fichiers "fluwall.suffixe"} \\ \text{ou "flusurf.suffixe"} \text{ sont adimensionnées Boltzmann.} \\ 1 \text{ elles sont adimensionnées Navier-Stokes} \end{array} \right.$

-Initialisation

IOPINI $\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ on initialise la distribution de particules (position,} \\ \text{vitesse, énergie interne) à partir des coordonnées à l'infini} \\ 0 \text{ on initialise la distribution de particules par ce qui} \\ \text{est resté dans les COMMON d'une exécution précédente.} \\ \text{C'est utile pour le couplage Boltzmann-NS} \end{array} \right.$

8.3 Limites des données (conseil)

MFP > (dimension du corps)*0.001 (limite fluide)

ATTACK $\in (-\pi/2, \pi/2)$

MX, MZ ≤ 120

NINF entre 20 et 40

NCYCLE entre 2 et 8, 5 est un bon choix.

INIMOY ≥ 200

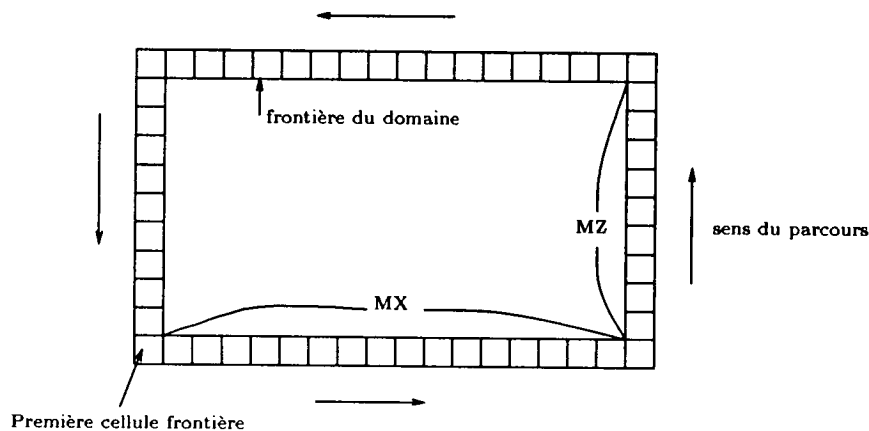
NTMOY ≥ 100

NDIV relié à NINF par $NDIV \geq 2 \text{ NINF}$

La subdivision des cellules du maillage de référence dans les zones de forte densité, pour obtenir le maillage des collisions, prend un temps important pour les maillages fins si $NDIV < 2 \text{ NINF}$.

8.4 Sur quelques fichiers

8.4.1 Fichier "cl.suffixe" des conditions aux limites



Ce fichier est à fournir quand les conditions aux limites à la frontière fluide sont différentes des conditions à l'infini, c'est à dire si $IOPCL = 1$.

Pour la couche de cellules frontières situées à l'extérieur du domaine, on donne pour $i = 1, \dots, 2(MX + MZ) + 4$,

$$\frac{\rho}{\rho_{\infty}}(i), u_x(i), u_z(i), T(i),$$

où u et T sont en unités SI.

8.4.2 Fichier "wall.suffixe" des points de la paroi

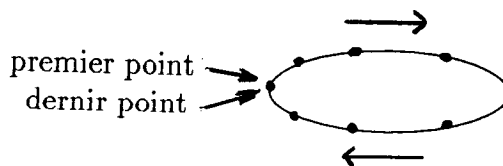
Si $IOPWALL = 1$, on donne pour le calcul des flux à la paroi:

NPF : nombre de points frontières (le premier et le dernier sont confondus et comptent chacun pour un).

X(1),Y(1)

.....

X(NPF),Z(NPF)



On parcourt les points dans le sens direct autour de l'axe y.
Les coordonnées sont en mètres et dans le repère global, centré au coin bas gauche du domaine.

8.4.3 Fichier "surf.suffixe"

Si $IFLUSURF = 1$, on donne pour le calcul des flux de masse, de quantité de mouvement et d'énergie totale à travers un rectangle :

XSURFMI, XSURFMA, ZSURFMI, ZSURFMA, NSEGSURF, les limites du rectangle dans le repère global et le nombre de segments à travers lesquels on calcule les flux,

XSURF1(L), ZSURF1(L), XSURF2(L), ZSURF2(L), L=1, NSEGSURF les coordonnées dans le repère global des origines et des extrémités des segments.

8.4.4 Fichier "fluwall.suffixe"

Si IFLUWALL = 1, on sort les forces de frottement et le flux thermique sur chaque segment de la paroi:

NSEGWALL nombre de segments de la paroi

SNT(ISEG),QN(ISEG),ISEG=1,NSEGWALL.

Ces quantités sont adimensionnées Boltzmann ou Navier-Stokes selon la donnée IOPNS.

Ce fichier est utilisé pour le couplage Boltzmann-Navier-Stokes par flux à la paroi.

8.4.5 Fichier "flusurf.suffixe"

Si IFLUSURF = 1, on sort les flux de masse, de quantité de mouvement et d'énergie totale à travers un rectangle:

NSEGSURF : nombre de segments composant le rectangle,

FLUM(ISEG),FLUVX(ISEG),FLUVZ(ISEG),FLUET(ISEG), ISEG=1,NSEGSURF.

Ces quantités sont adimensionnées Boltzmann ou Navier-Stokes selon la donnée IOPNS.

8.5 Dimensions des tableaux

On introduit des bornes de tableaux à l'aide des paramètres suivants:

NCMAXR = borne du nombre de cellules du maillage de référence.

NCMAXC = borne du nombre de cellules du maillage des collisions.

NPMAX = borne du nombre total de particules.

NPCMAX = borne du nombre de particules par cellule.

NCBMAX = borne du nombre de cellules de la couche frontière.

NSEGMAX = borne du nombre de segments de la paroi.

NPASTMAX = borne du nombre de pas de temps.

8.6 Obstacle différent d'une ellipse

Le logiciel BOL2D est écrit pour une ellipse.

Pour un obstacle différent, il faut changer la subroutine de réflexion (REFELL), la subroutine qui teste si une particule est extérieure ou intérieure au corps (INBODY), et la subroutine de calcul des points de la paroi (PWALL) si ceux-ci ne sont pas donnés par le fichier "wall.suffixe".

9. Sorties du logiciel BOL2D - Post traitement - Tracés.

Les résultats sont en unités dimensionnées (SI). Cependant certaines grandeurs seront adimensionnées si $\rho_{\infty} = 1$.

9.1 Fichier "res1.suffixe"

Dans ce fichier on répète le jeu de données, on rappelle les données caractéristiques et on indique quelques résultats et temps CPU.

9.2 Fichier "res2.suffixe"

C'est le fichier des résultats pour le post traitement.

Toutes les informations provenant du programme de calcul et nécessaires aux tracés, sont stockées dans "res2.suffixe".

Les tableaux DENSITÉ, TEMPTR, TEMPROT, TEMP, MACH, PRES-
SION... contiennent les valeurs de $\rho, T_{tr}, T_{rot}, T, M, p, \dots$ de ces fonctions au centre de chaque cellule du maillage de référence.

Pour les cellules partiellement extérieures au corps, on peut calculer des moyennes même si le nombre de particules est petit, grâce au nombre important de pas de temps utilisé pour faire les moyennes. On affecte la valeur obtenue au centre de ces cellules.

9.3 Post traitement

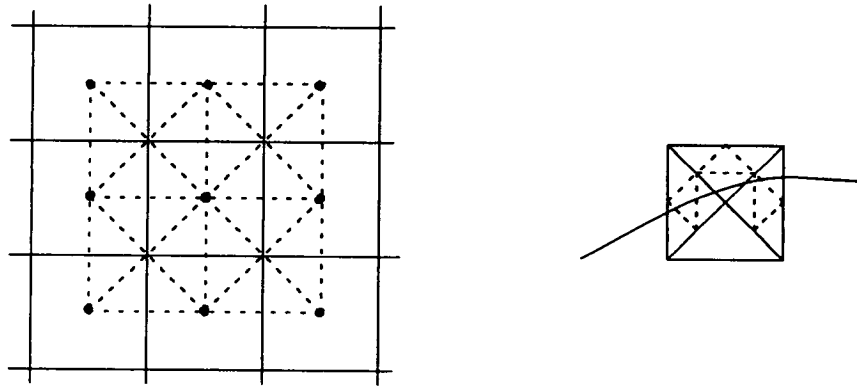
Le logiciel "postbol2d" crée, à partir de "res2.suffixe" un ensemble de fichiers pour les tracés. Ce sont tous des fichiers ascii.

densité.suffixe	densité(normale ou log)
temp.suffixe	température
mach.suffixe	nombre de Mach
pression.suffixe	pression $p = \rho R T_{tr}$ (adimensionné si $\rho_{\infty} = 1$)
cara.suffixe	pour les légendes
flu.suffixe	flux à la paroi($(\sigma.n).n, (\sigma.n).\tau, q.n, Cf, CFn, Ch, u.\tau$)
cv.suffixe	convergence

On peut aussi obtenir les fichiers temptr.suffixe, temprot.suffixe, vx.suffixe,...

9.4 Tracé des isovaleurs

Pour le tracé des isovaleurs on fait passer un maillage rectangulaire par les centres des cellules. On divise chaque maille rectangulaire en 4 triangles par les diagonales (cf. figure). On peut alors utiliser un logiciel pour tracer les isovaleurs d'une fonction affine sur un triangle.



Pour affiner le maillage triangulaire au voisinage du corps, on subdivise par 4 (en joignant les milieux des côtés) tout triangle ayant un sommet extérieur au corps et un sommet intérieur. Si l'on recommence cette division plusieurs fois, on obtient une bonne approximation du corps en ne traçant les isovaleurs que dans les triangles complètement extérieurs.

9.5 Logiciels pour les tracés

m_nopo crée une structure de données (mail,coor) pour Modulef.
file_b traduit un fichier ascii en binaire.
traiso trace les isovaleurs (densité, température, Mach, pression,...).
tracoupe trace des coupes verticales (densité, température, Mach, pression,...).
trawall trace les flux à la paroi $((\sigma.n).n, (\sigma.n).\tau, q.n, Cf, CFn, Ch, u.\tau)$
traconv trace la convergence (nombre total de particules et convergence de ce nombre, cf §7.4).

9.6 Coefficients aérodynamiques

C_D = drag coefficient

C_L = lift coefficient

$$C_D = C_A \cos \alpha + C_N \sin \alpha$$

$$C_L = C_A \sin \alpha + C_N \cos \alpha$$

avec

α = angle d'incidence

$$C_A = \frac{1}{0.5 L \rho_\infty u_\infty^2} \int_{\Gamma_b} (\sigma \cdot n) \cdot x_b ds$$

$$C_N = \frac{1}{0.5 L \rho_\infty u_\infty^2} \int_{\Gamma_b} (\sigma \cdot n) \cdot z_b ds$$

L = longueur de l'ellipse

x_b, z_b système d'axes de l'ellipse.

Les coefficients de frottement C_f , de force normale C_{Fn} , et de chaleur C_h s'obtiennent en un point de la paroi par

$$C_f = \frac{(\sigma \cdot n) \cdot \tau}{0.5 \rho_\infty u_\infty^2}$$

$$C_{Fn} = \frac{(\sigma \cdot n) \cdot n}{0.5 \rho_\infty u_\infty^2}$$

$$C_h = \frac{(q \cdot n)}{0.5 \rho_\infty u_\infty^3}$$

10 Problème test

10.1 Jeu de données

MFP = 0.1m RCONST=287.
VINP = 5672 m/s TINF = 194 K ROINF = 1.115E-5 kg/m³
TWALL = 1000 K COEAC=0.8
XDOM = 15 m ZDOM = 12 m MX = 75 MZ=60
NPCINF = 25 NPCDIV = 75
IOPCL = 0
ICOLLI = 3 NDLI = 2 NCYCLE = 5
OMEGA = 0.6
INIMOY = 400 NTMOY = 200 MOYAUT =1
XOB = 5 m ZOB = 6 m
ATTACK= 0. IAXEHOR=0
R = 3.6 m SIGMA = 0.3
IFLUWALL = 0 IFLUSURF = 0 IOPNS = 0
IOPINI = 1

10.2 Résultats

Le nombre total de pas de temps est 539, les moyennes commençant au pas de temps 339.

Nombre de cellules du maillage de référence: 4500

Nombre de cellules du maillage des collisions: 4837

Nombre de particules rencontrant la paroi: 556

Temps calcul total sur HP-Apollo DN10000: 1h 46mn.

Temps calcul pour le dernier pas de temps: 12.2s (collisions: 8.13s, réflexion: 1.38s, raffinement: 2.07s, localisation:0.52s, transport libre: 0.22s).

Figure 1: fichier "res1.test"

Figures 2, 3, 4, 5

Isovaleurs de la densité, de la température, du nombre de Mach et de la pression.

Figures 6, 7, 8, 9

Coupes verticales à l'avant, au milieu, et à l'arrière du corps pour la densité, la température, le nombre de Mach et la pression.

Figures 10, 11, 12, 13

Tracés à la paroi de C_f , C_{Fn} , C_h , V_τ

Figures 14, 15

Nombre total moyen normalisé de particules, et dérivée de ce nombre.

DONNEES

MFP RCONST 0.1000000 287.0000
 VINP TINF ROINF 5672.000 194.0000 1.1150000E-05
 TWALL COEAC 1000.000 0.8000000
 XDOM ZDOM MX MZ 15.00000 12.00000 75 60
 NPCINF NPCDIV 25 75
 IOPCL 0
 ICOLLI NDLI NCYCLE 3 2 5
 OMEGA 0.6000000
 INIMOY NTMOY MOYAUT 400 200 1
 XOB ZOB 5.000000 6.000000
 ATTACK IAXEHOR 0.0000000 0
 R SIGMA 3.600000 0.3000000
 IFLUWALL IFLUSURF IOPNS 0 0 0
 IOPINI 1

GRANDEURS CARACTERISTIQUES

MEAN FREE PATH= 0.1000 M KNUDSEN= 0.014
 TEMPERATURE AT INFINITY= 194.0 K WALL TEMPERATURE=1000.0 K
 VELOCITY AT INFINITY= 5672. M/S
 COEFFICIENT D ACCOMODATION=0.80
 INCIDENCE= 0.0 DEGRES
 DIMENSIONS DU DOMAINE XDOM= 15.00 M ZDOM= 12.00 M
 PAS DE DISCRETISATION HX= 0.2000 M HZ= 0.2000 M
 VITESSE DU SON= 279.2 M/S MACH INFINI= 20.32
 PAS DE TEMPS= 0.336E-04 S
 VISCOSITE VHS A L INFINI= 0.224E-03 RE/M= 282.

TEMPS CPU

freeflow : 0 h 0 mn 0.224860 s
 reflexion : 0 h 0 mn 1.388652 s
 raffinement : 0 h 0 mn 2.075672 s
 collision : 0 h 0 mn 8.131940 s
 localisation : 0 h 0 mn 0.524936 s
 Temps total : 1 h 46 mn 28.84 s

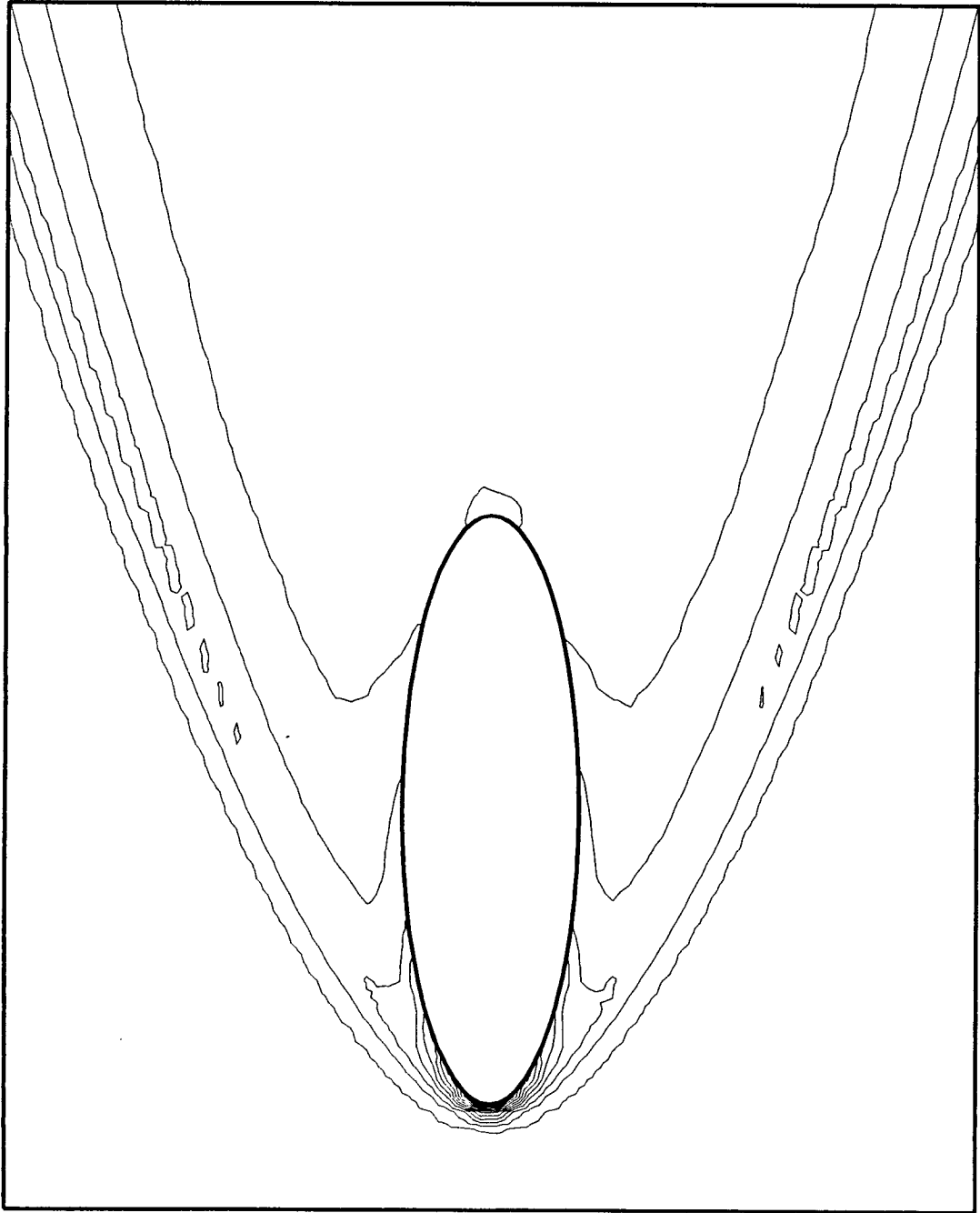
RESULTATS

M= 4500 MCOLL= 4837 N= 137652 NPAROI= 556 INIMOY= 339
 CD= 0.408E+00 CL= 0.161E-03
 DENSMAX= 20.77 DENSMIN= 0.181
 TEMPMAX= 11270. K TEMPMIN= 188.8 K

Fig. 1 fichier "res1.test"

modulef :	bourgat	11/08/92
densite	test	
4366	QUADRANGLES	
20	—	20.25
19	—	19.68
18	—	18.60
17	—	17.52
16	—	16.43
15	—	15.35
14	—	14.27
13	—	13.18
12	—	12.10
11	—	11.02
10	—	9.932
9	—	8.849
8	—	7.765
7	—	6.682
6	—	5.598
5	—	4.515
4	—	3.431
3	—	2.348
2	—	1.264
1	—	0.3858
20	ISOVALEURS	

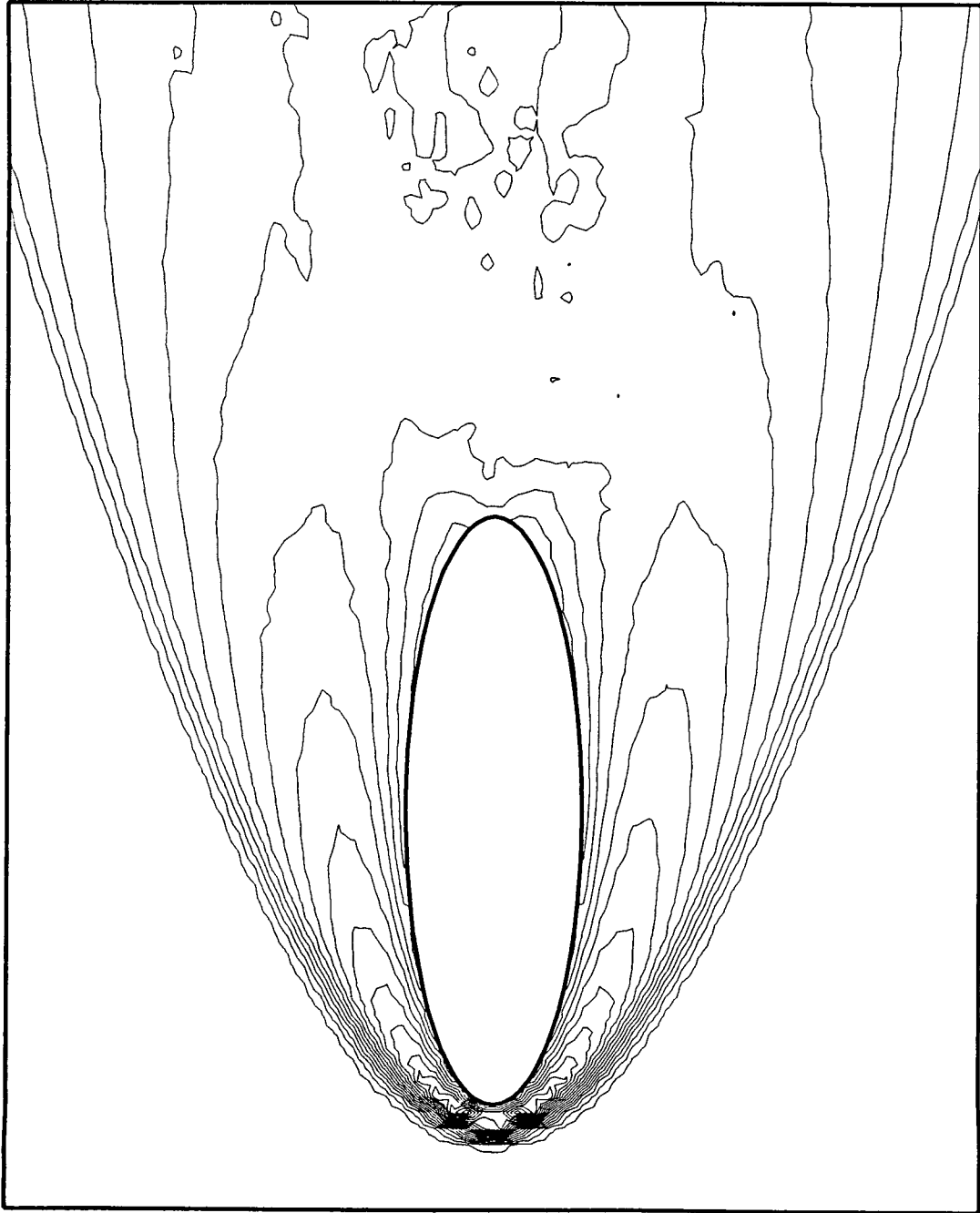
Fig. 2 Densité



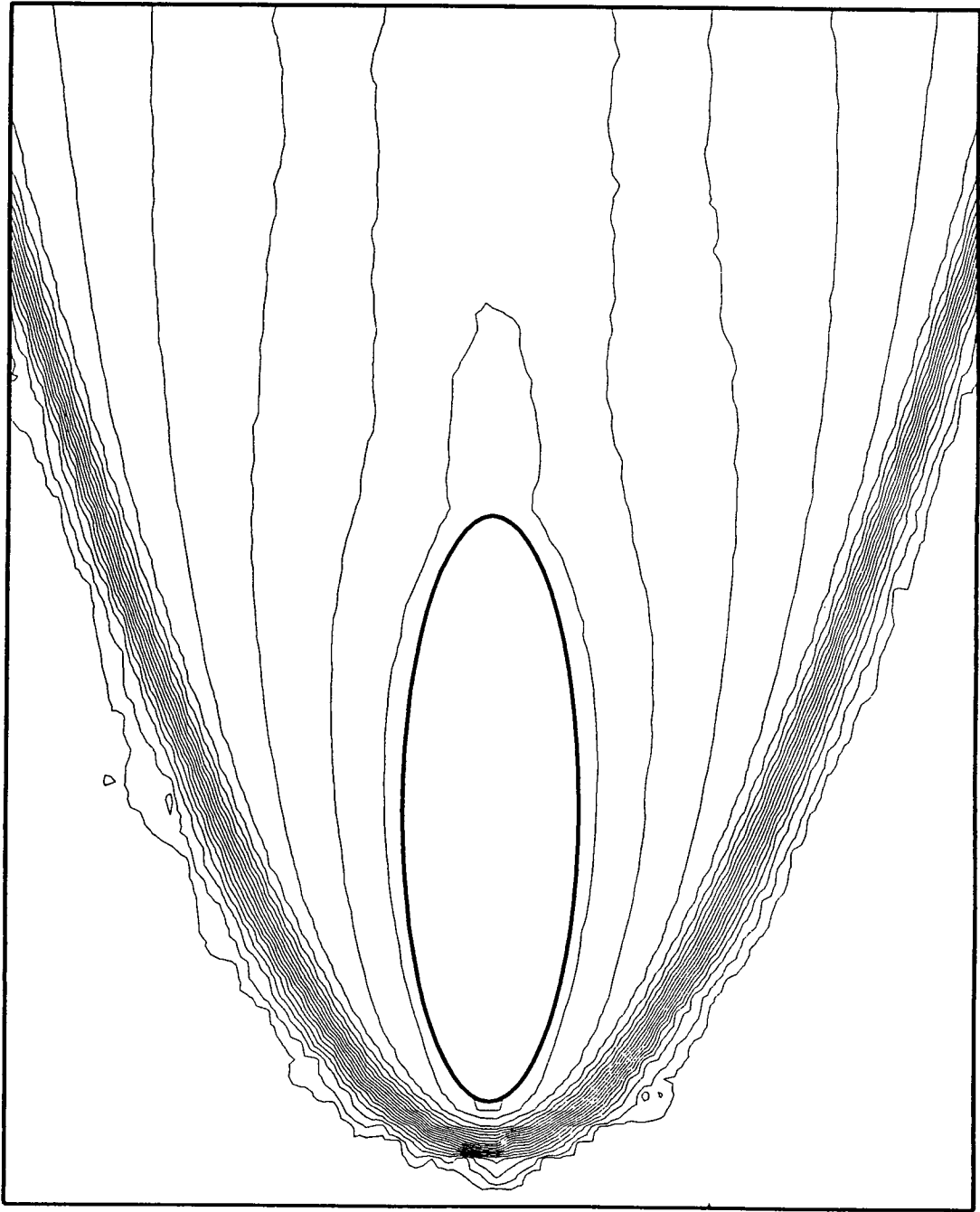
modulef : bourgat		11/08/92
temp	test	
4366 QUADRANGLES		
20	—	1.1214E+04
19	—	1.0687E+04
18	—	1.0103E+04
17	—	9520.
16	—	8937.
15	—	8354.
14	—	7771.
13	—	7187.
12	—	6604.
11	—	6021.
10	—	5438.
9	—	4854.
8	—	4271.
7	—	3688.
6	—	3105.
5	—	2522.
4	—	1938.
3	—	1355.
2	—	772.0
1	—	188.8
20 ISOVALEURS		

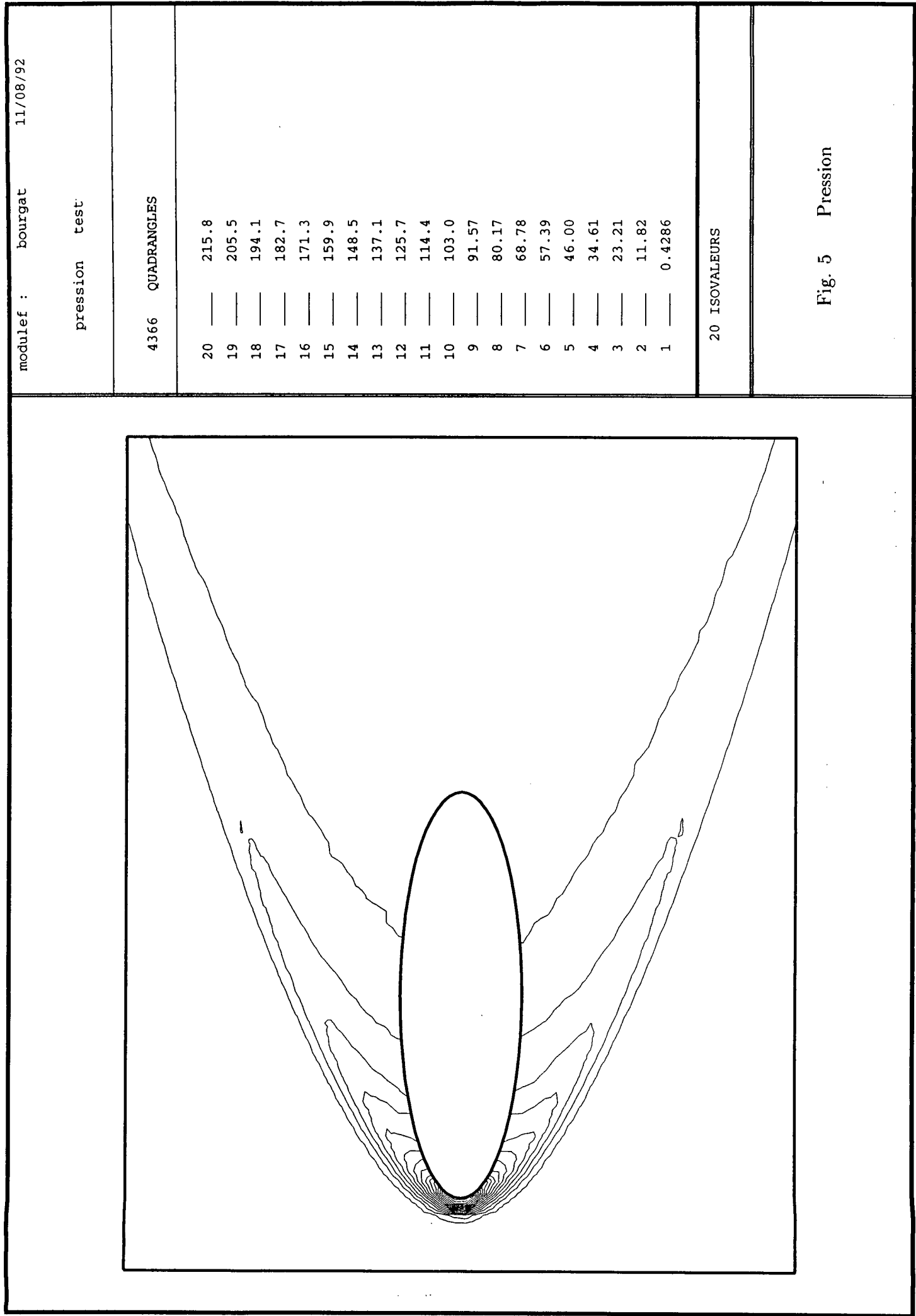
Fig. 3 Température

Fig. 3 Température



modulef :	bourgat	11/08/92
mach	test	
4366	QUADRANGLES	
20	—	20.08
19	—	19.52
18	—	18.45
17	—	17.38
16	—	16.31
15	—	15.24
14	—	14.17
13	—	13.10
12	—	12.03
11	—	10.96
10	—	9.893
9	—	8.823
8	—	7.754
7	—	6.684
6	—	5.615
5	—	4.545
4	—	3.476
3	—	2.406
2	—	1.337
1	—	0.4697
20	ISOVALEURS	
Fig. 4 Mach		





modulef : bourgat 11/08/92

pression test

4366 QUADRANGLES

20	—	215.8
19	—	205.5
18	—	194.1
17	—	182.7
16	—	171.3
15	—	159.9
14	—	148.5
13	—	137.1
12	—	125.7
11	—	114.4
10	—	103.0
9	—	91.57
8	—	80.17
7	—	68.78
6	—	57.39
5	—	46.00
4	—	34.61
3	—	23.21
2	—	11.82
1	—	0.4286

20 ISOVALEURS

Fig. 5 Pression

densite

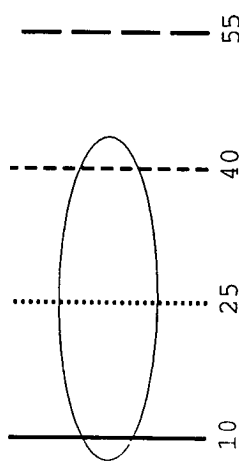
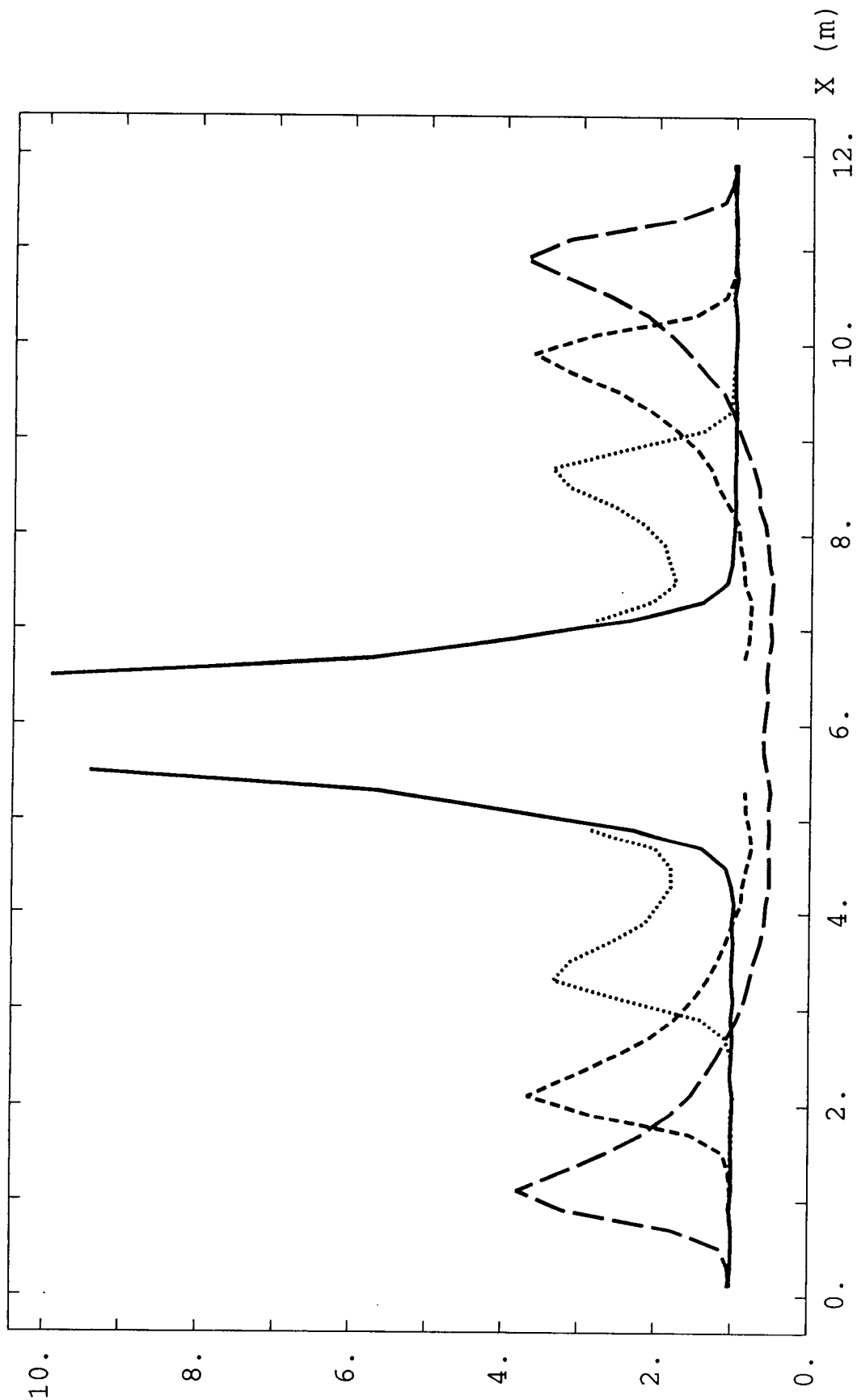
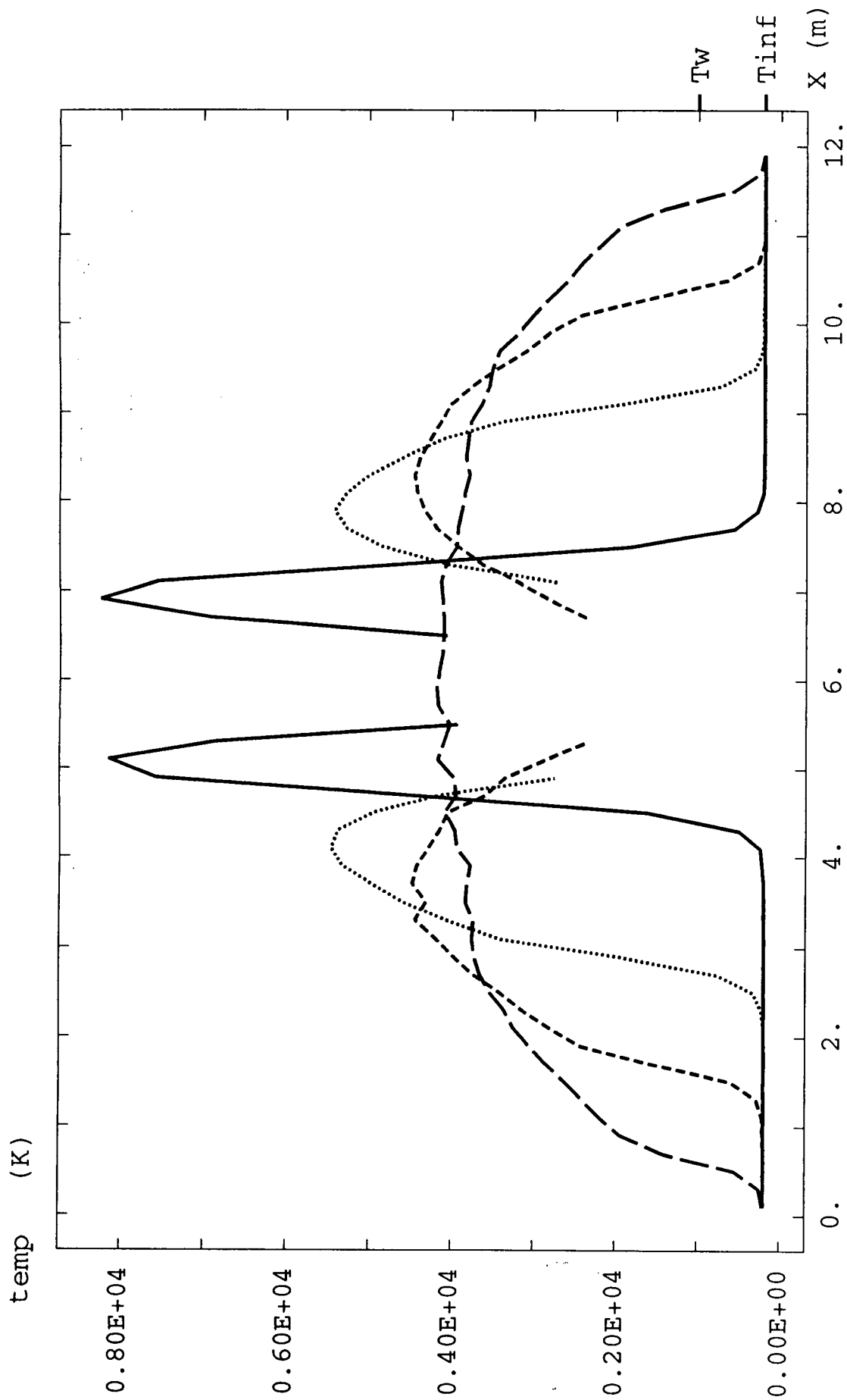


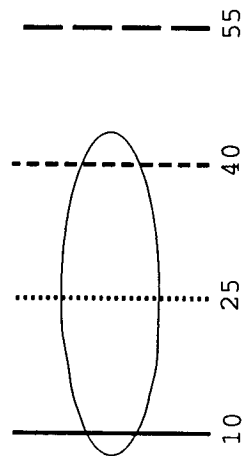
Fig. 6
COUPES
densite

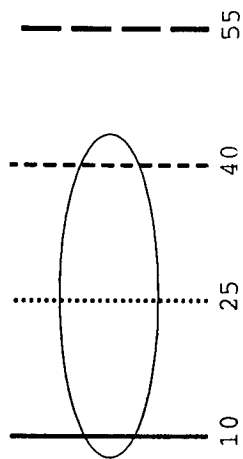
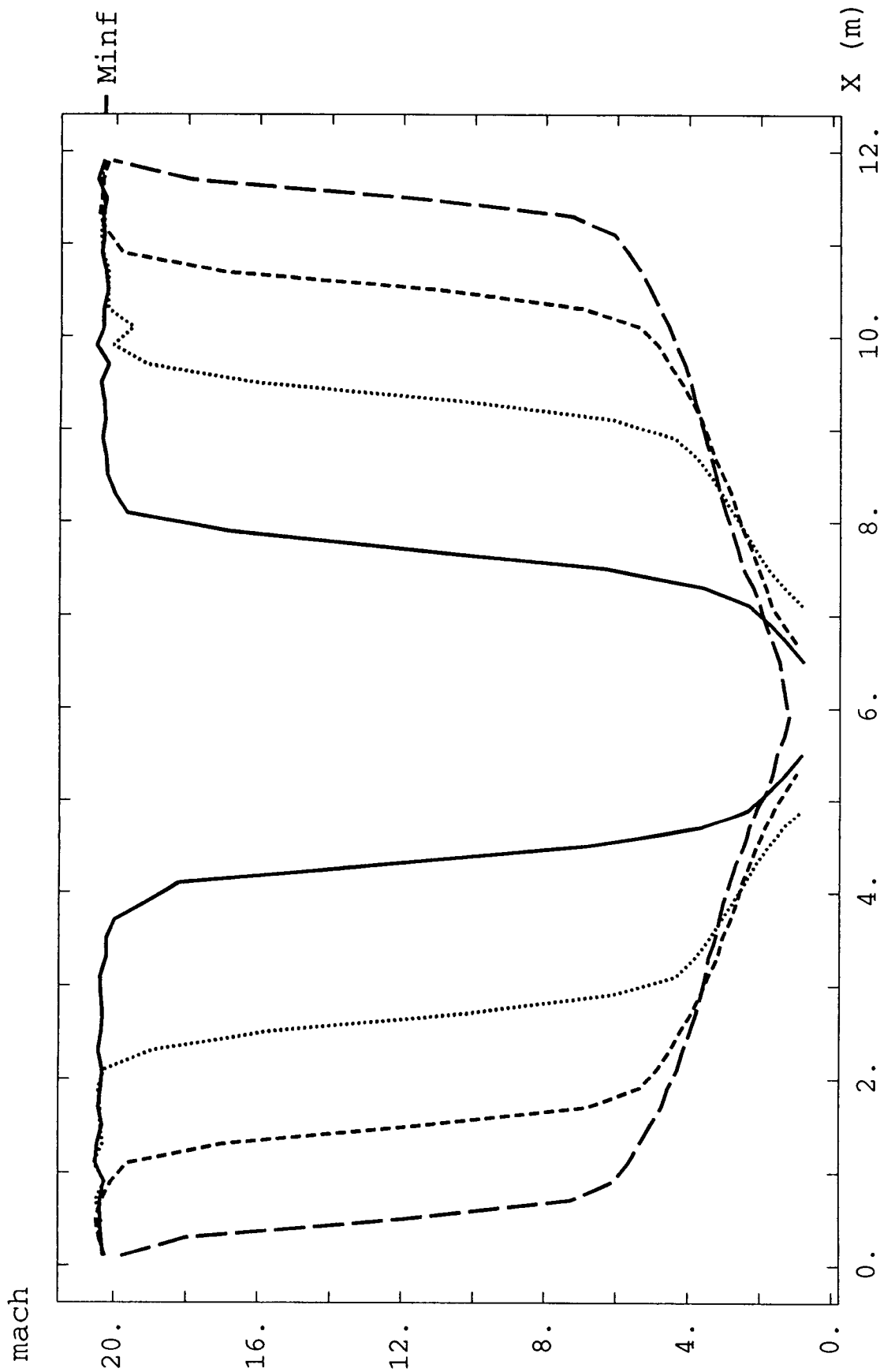
mfp= 0.10 Kn= 0.014 Tinf= 194 Mainf= 20.32
Twall= 1000.00 coeac= 0.80 incid= 0
mx= 75 mz= 60 Ninf= 25 Ndiv= 75
Ntot= 137652 CD= 0.408 CL= 0.000



mfp=0.10 Kn=0.014 Tinf=194 Mainf=20.32
 Twall=1000.00 coeac=0.80 incid=0
 mx=75 mz=60 Ninf=25 Ndiv=75
 Ntot=137652 CD=0.408 CL=0.000

Fig. 7
 COUPES
 temp

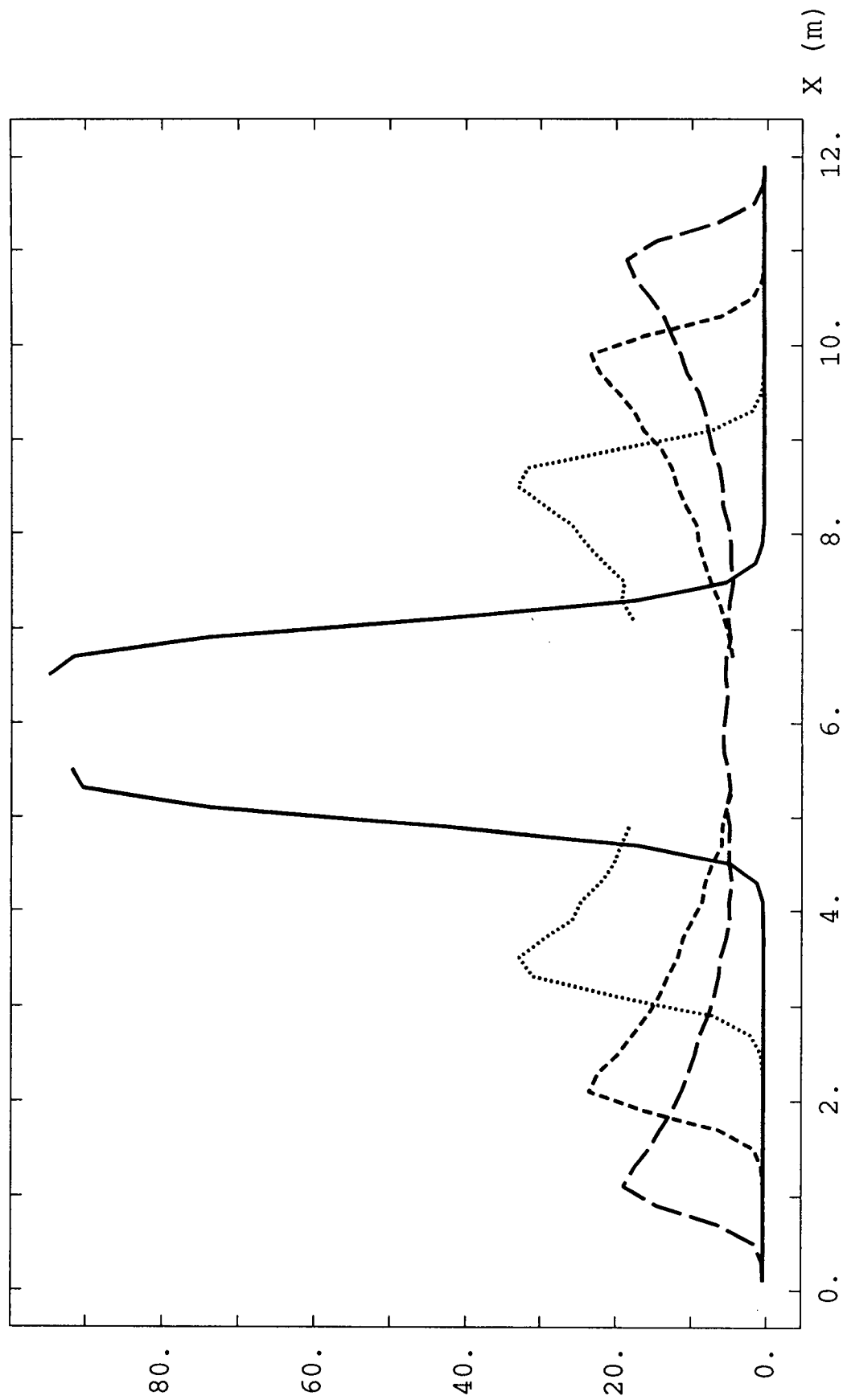




mfp= 0.10 Kn= 0.014 Tinf= 194 Mainf= 20.32
 Twall= 1000.00 coeac= 0.80 incid= 0
 mx= 75 mz= 60 Ninf= 25 Ndiv= 75
 Ntot= 137652 CD= 0.408 CL= 0.000

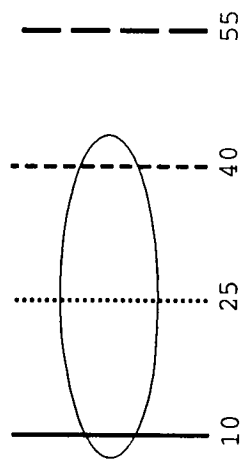
Fig. 8
COUPES
mach

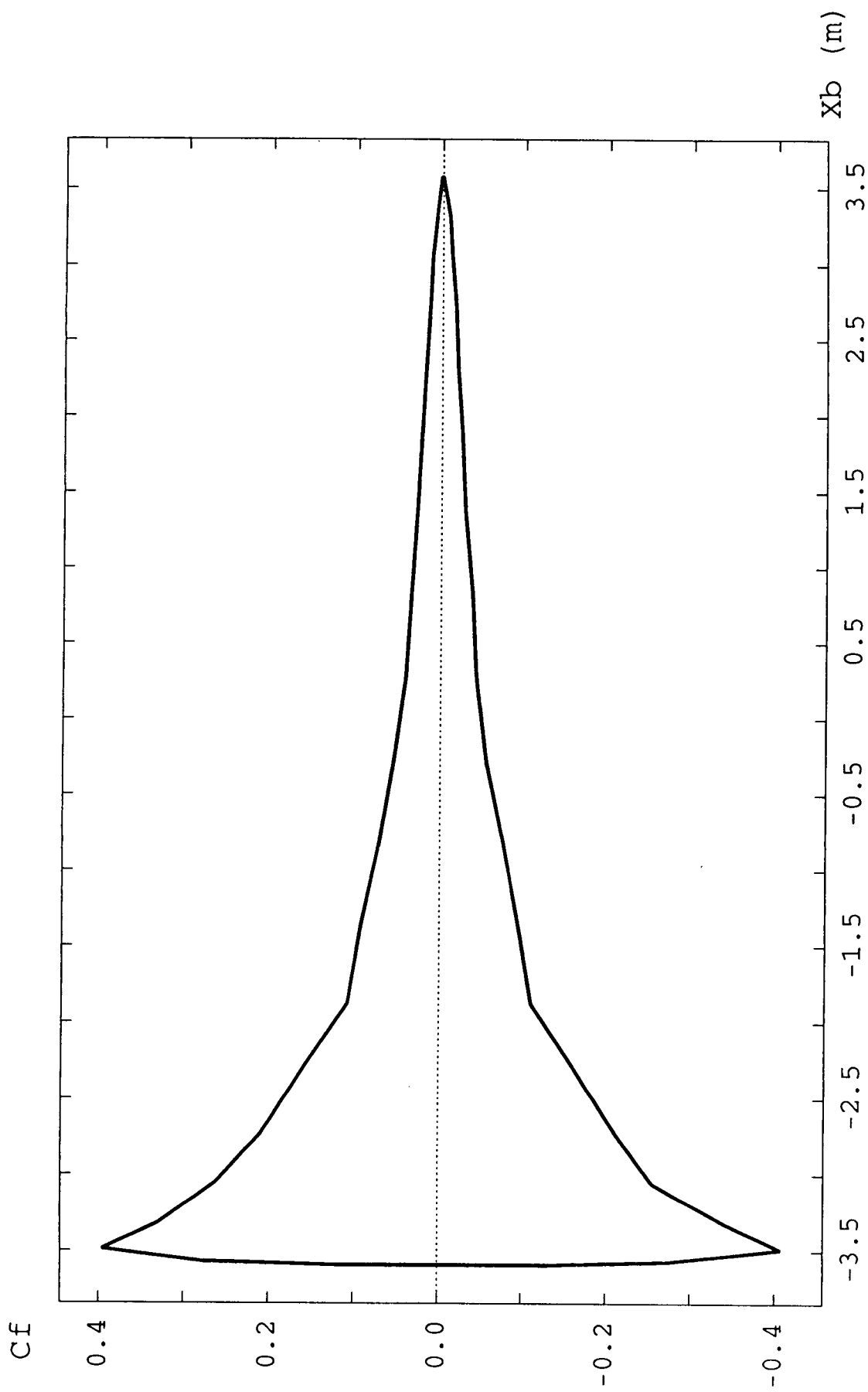
pression



mfp= 0.10 Kn= 0.014 Tinf= 194 Mainf= 20.32
Twall= 1000.00 coeac= 0.80 incid= 0
mx= 75 mz= 60 Ninf= 25 Ndiv= 75
Ntot= 137652 CD= 0.408 CL= 0.000

Fig. 9
COUPES
pression





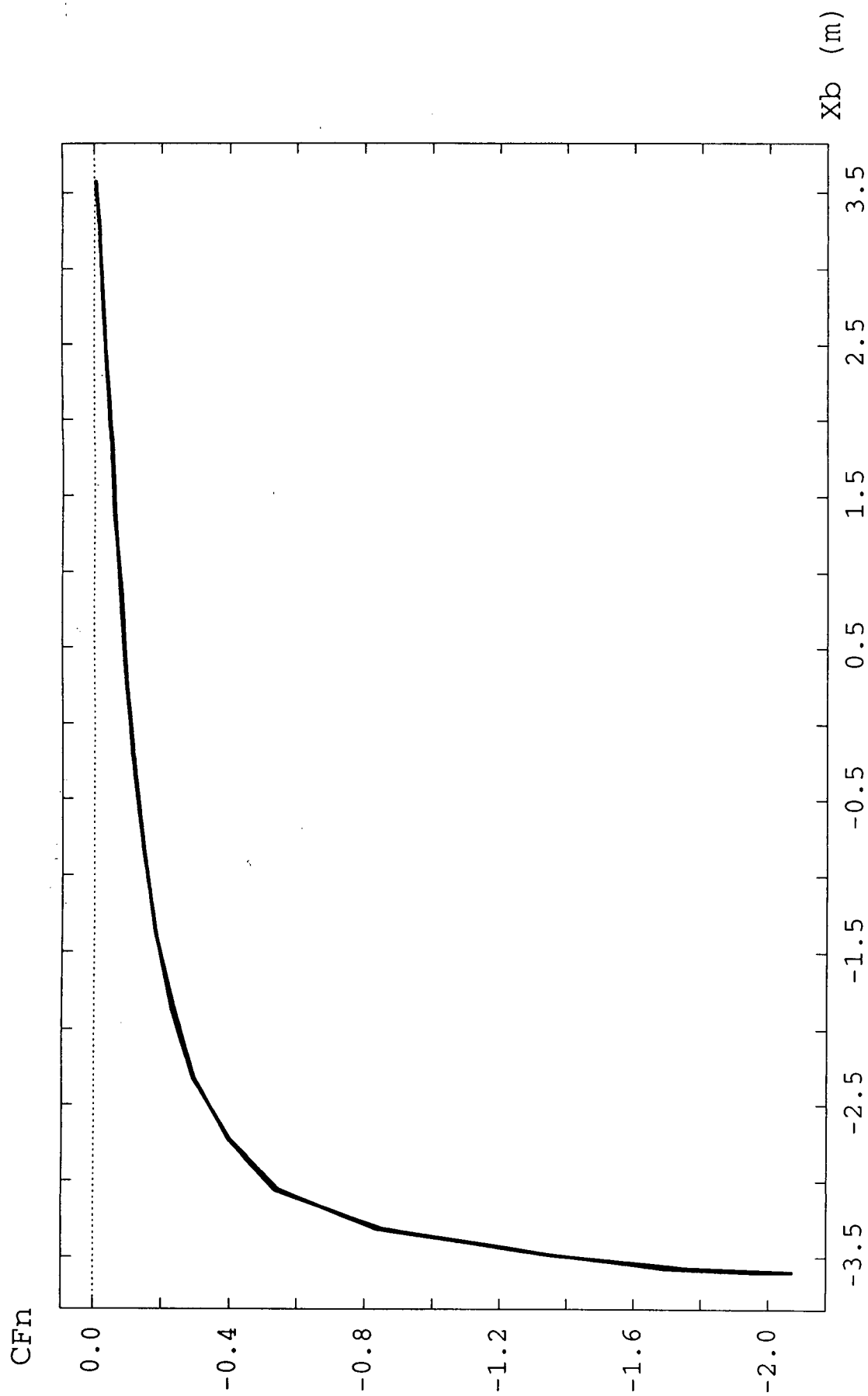
mfp= 0.10 Kn= 0.014 Tinf= 194 Mainf= 20.32

Twall= 1000.00 coeac= 0.80 incid= 0

mx= 75 mz= 60 Ninf= 25 Ndiv= 75

Ntot= 137652 CD= 0.408 CL= 0.000

Fig. 10 C_f



— test

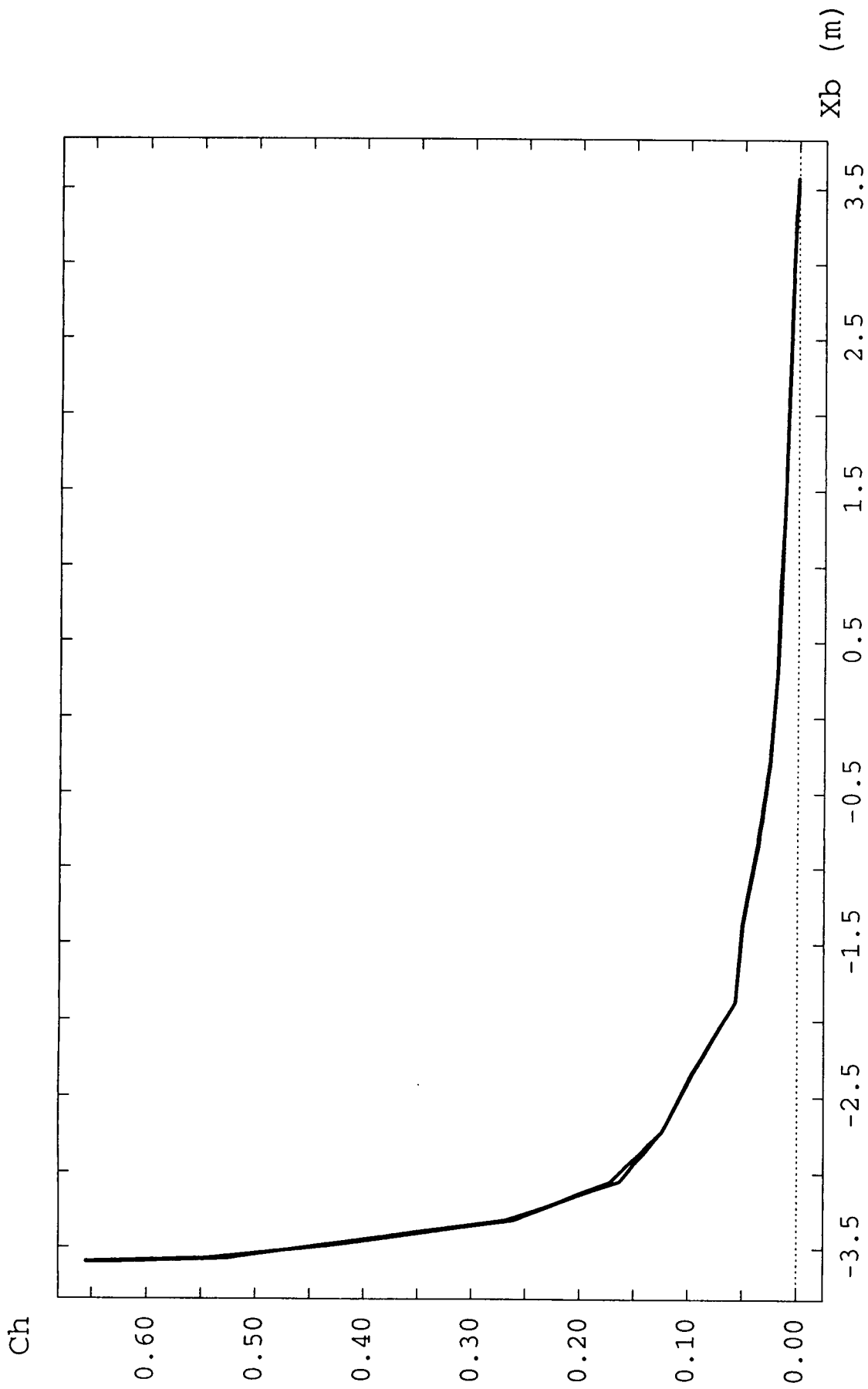
Fig. 11 CFn

mfp= 0.10 Kn= 0.014 Tinf= 194 Mainf= 20.32

Twall= 1000.00 coeac= 0.80 incid= 0

mx= 75 mz= 60 Ninf= 25 Ndiv= 75

Ntot= 137652 CD= 0.408 CL= 0.000



mfp=0.10 Kn=0.014 Tinf=194 Mainf=20.32

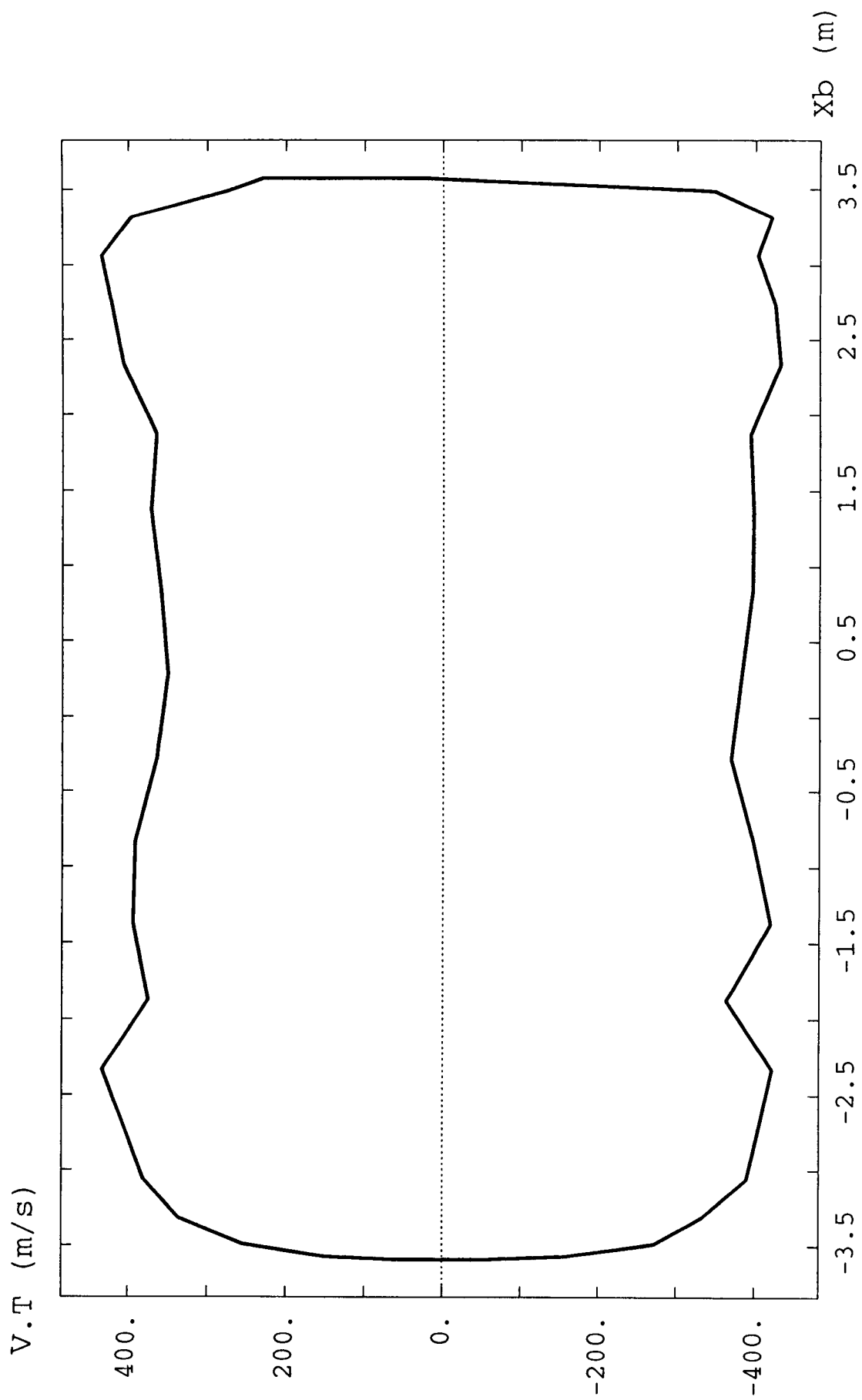
Twall=1000.00 coeac=0.80 incid=0

mx=75 mz=60 Ninf=25 Ndiv=75

Ntot=137652 CD=0.408 CL=0.000

Fig. 12 Ch

— test



mfp= 0.10 Kn= 0.014 Tinf= 194 Mainf= 20.32

Twall= 1000.00 coeac= 0.80 incid= 0

mx= 75 mz= 60 Ninf= 25 Ndiv= 75

Ntot= 137652 CD= 0.408 CL= 0.000

— test

Fig. 13 Vitesse tangentielle

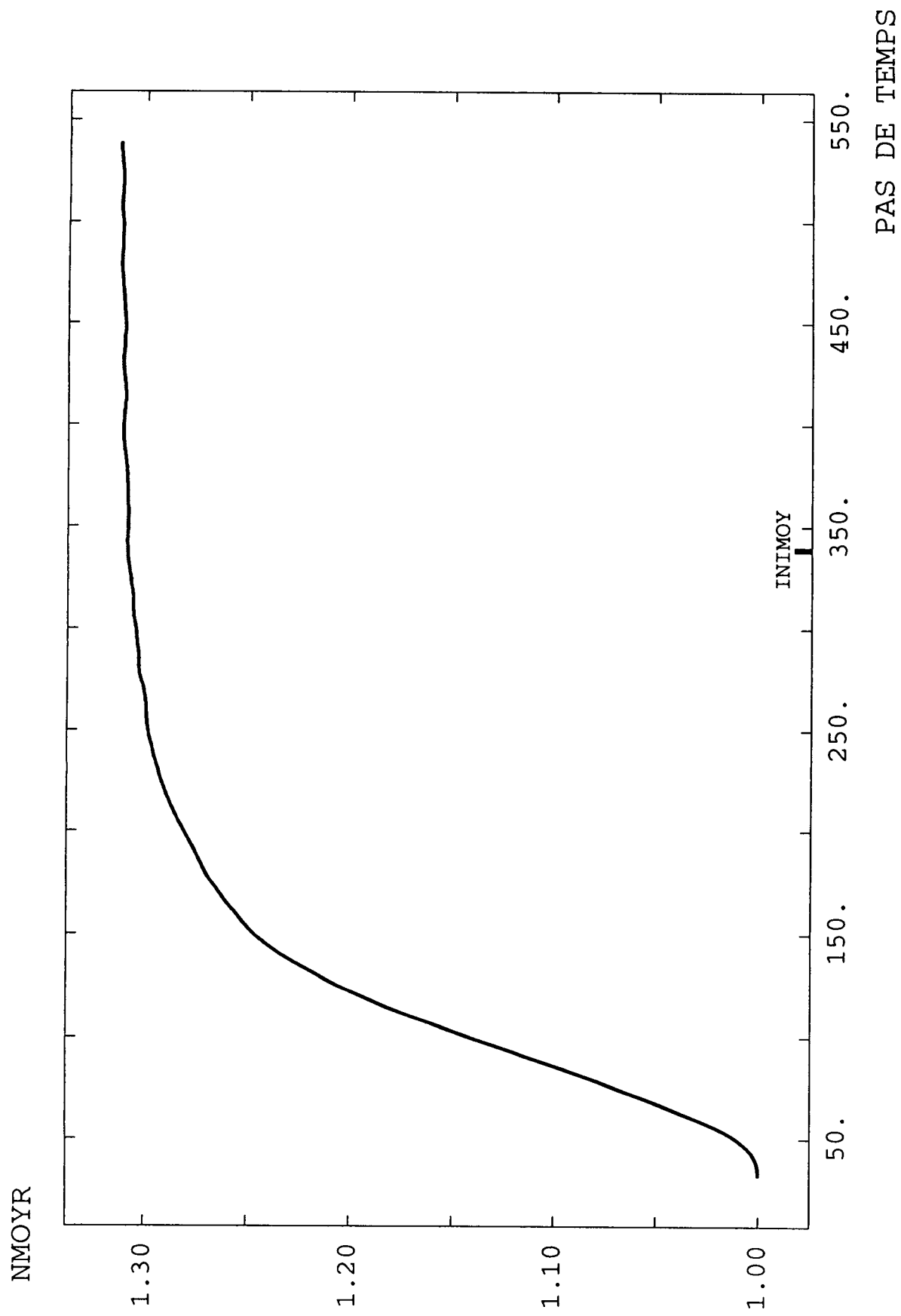


Fig. 14 Nombre total moyen normalisé de particules